

Síntese de controle utilizando um modelo identificado através do ajuste ótimo da resposta em frequência

Daniel H B de Sousa, Jorge A M de Gois

Instituto Militar de Engenharia

Praça General Tibúrcio, 80, 22290-270, Rio de Janeiro, RJ, Brasil.

*braz2012@gmail.com

RESUMO: Este artigo utiliza uma abordagem de identificação de sistemas no domínio da frequência para estimar o modelo dinâmico de um sistema que posteriormente é utilizado para a síntese de controle. Neste trabalho, a partir de medições experimentais, a identificação do sistema é realizada através do ajuste da resposta em frequência a partir de modelos estritamente próprios e bipróprios. As medições experimentais também são utilizadas para a validação do modelo obtido. A partir do modelo dinâmico estimado, a síntese de controle é feita com base na metodologia de Ziegler-Nichols por meio de simulações numéricas. O modelo do sistema em malha fechada é comparado com os dados experimentais do sistema real em malha fechada para uma análise da eficácia da metodologia empregada.

PALAVRAS-CHAVE: Identificação de Sistemas. Ziegler-Nichols. Síntese de Controle. Modelo Dinâmico

1. INTRODUÇÃO

Identificação de sistemas é uma área da modelagem matemática que estuda técnicas alternativas à modelagem convencional. Uma característica dessas técnicas é que pouco ou nenhum conhecimento prévio do sistema é necessário para a sua aplicação [1]. A obtenção do modelo matemático de um sistema, geralmente, é o primeiro passo para as aplicações de síntese de controle, que têm por objetivo modificar o seu comportamento em malha fechada no sentido de atender aos requisitos de robustez em estabilidade e desempenho. O modelo pode ser considerado bom quando representa satisfatoriamente a dinâmica do sistema sem ser excessivamente complexo.

A identificação de sistemas pode ser realizada tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência. Na identificação no domínio do tempo [2-4], sinais conhecidos são aplicados na entrada do sistema e as saídas correspondentes são medidas, observando-se que a taxa de amostragem e a quantidade de medidas devem ser definidas de forma que as informações importantes do sistema sejam observadas. Com o conjunto de dados escolhidos, determina-se o modelo por meio da minimização de um critério de erro. A identificação no domínio da frequência é realizada de forma semelhante, porém os dados de entrada e saída medidos são tratados no domínio da frequência.

Ambas as formas de identificação apresentam resultados eficientes, porém a identificação no domínio da frequência apresenta as seguintes vantagens: maior facilidade no tratamento do ruído, redução do volume de dados, além de não ser necessário estimar o estado inicial do sistema e a facilidade de validação do modelo [5]. Em diversas abordagens para o problema de identificação, observa-se a preocupação em se obter soluções analíticas, o que só é possível quando os problemas propostos são convexos nas

ABSTRACT: This article uses a systems identification approach in the frequency domain to estimate the dynamic model of a system that is used for control synthesis. In this work, from experimental measurements, the identification of the system is performed by adjusting the frequency response from strictly proper and biproper models. Experimental measurements are also used to validate the obtained model. Using the estimated dynamic model, the control synthesis is performed based on the Ziegler-Nichols methodology through numerical simulations. The closed-loop system model is compared with the experimental data of the real closed-loop system for an analysis of the effectiveness of the methodology used.

KEYWORDS: System Identification. Ziegler-Nichols. Control Synthesis. Dynamic Model

variáveis de decisão.

A metodologia proposta em [6,8] consiste em aumentar gradativamente a ordem do modelo estimado de forma que o ajuste entre a resposta em frequência do modelo e do sistema se aproximem segundo um critério de erro bem definido, obtendo-se uma família de modelos dentre os quais um será escolhido para representar a dinâmica do sistema. A escolha do modelo é pautada no compromisso entre o erro de ajuste e a complexidade matemática do modelo. Essa metodologia gera como resposta modelos cuja função de transferência é biprópria. Apesar de apresentar bons resultados, a maioria dos modelos de sistemas físicos conhecidos apresenta função de transferência estritamente própria. Esse fato serviu como motivação para a modificação dessa metodologia proposta em [7], onde para cada ordem do modelo estimado, varia-se também a ordem do polinômio do numerador da função de transferência estimada, ou seja, atribuem-se valores nulos para alguns dos coeficientes do polinômio do numerador fazendo com que a função estimada seja estritamente própria. Da mesma forma que na metodologia proposta em [6,8], obtém-se uma família de modelos dentre os quais um será escolhido para representar o sistema, levando-se em consideração o compromisso entre o erro de ajuste e a complexidade matemática. O ajuste do modelo é realizado a partir da resposta em frequência do sistema, a qual pode ser obtida medindo a resposta em frequência a partir da injeção de sinais senoidais, ou através da aplicação da transformada rápida de Fourier (FFT) nos sinais de entrada e nas correspondentes saídas do sistema.

De posse do modelo dinâmico do sistema, a síntese de controle é facilitada tendo em vista a possibilidade do uso de simulações numéricas para melhor definir os parâmetros do controlador. O objetivo principal da síntese de controle é modificar o comportamento do sistema em malha fecha-

da de maneira que esse atenda requisitos predeterminados de estabilidade, desempenho e robustez contra mudança de parâmetros, interferências e ruídos. Ao longo dos anos, diversas arquiteturas de controle foram propostas. Dentre essas arquiteturas destaca-se a que utiliza o controle Proporcional, Integral e derivativo (PID) e suas variações. A arquitetura PID é largamente aplicada em projetos de engenharia e na automação de sistemas industriais devido a sua simplicidade e aos bons resultados atingidos com a sua implantação. Segundo [9,10], a maioria dos sistemas de controle aplicados na indústria apresentam arquitetura PID ou suas variações. Em [10], é feita uma extensa análise da influência dos requisitos de projeto, muitas vezes conflitantes, no projeto de um controlador PID, bem como da influência de cada um dos termos do controlador no sistema em malha fechada, das diferentes arquiteturas já propostas e suas vantagens, além de se mostrar um apanhado das diferentes técnicas já desenvolvidas para se determinar os parâmetros do controlador.

As metodologias para escolha dos parâmetros de um controlador PID podem ser divididas de acordo com sua natureza e uso da seguinte maneira [10 – 12].

1) Métodos Analíticos: São métodos nos quais os parâmetros do PID são calculados através de relações algébricas ou analíticas entre o modelo do sistema e um objetivo ou requisito do projeto.

2) Métodos Heurísticos: Estes métodos evoluíram da experiência prática adquirida ajustando-se os parâmetros do controlador manualmente e também da utilização de inteligência artificial para a escolha dos parâmetros.

3) Métodos Baseados na Resposta em Frequência: São métodos que consideram as características da resposta do sistema no domínio da frequência para a escolha dos parâmetros.

4) Métodos com Otimização: São métodos que podem ser considerados um caso especial de controle ótimo, onde os parâmetros do PID são obtidos através de métodos numéricos de otimização considerando um objetivo ou requisito do projeto.

5) Métodos Adaptativos: Estes métodos são utilizados para automatização do processo de escolha dos parâmetros do PID. Normalmente utilizam uma combinação dos métodos anteriores e um algoritmo de identificação de planta em tempo real.

O sistema a ser estudado nesse artigo é o “DC Motor Control” da marca Quanser®, mostrado na Fig 1, o qual consiste em um motor elétrico de corrente contínua (DC) instrumentado com um encoder e é movido por um amplificador linear. Os sinais de entrada e saída do sistema estão disponíveis em conectores padronizados para controle através de uma placa de aquisição de dados (DAQ), o que torna possível controlar o sistema por meio de um computador equipado com uma placa DAQ. O sistema também é equipado com um micro controlador PIC, o qual tem a capacidade de medir as saídas do encoder, aplicar voltagens ao amplificador linear e se comunicar com um computador através de um cabo USB. A comunicação do sistema com um computador é realizada através do software *QICii*, que permite o controle do mesmo em tempo real.

O objetivo principal desse trabalho é fazer a identificação do sistema acima no domínio da frequência através do ajuste da resposta a partir de modelos estritamente próprios e bipróprios, descrito em [7], e posteriormente

aplicar um método heurístico para determinar os parâmetros de um controlador proporcional integral (PI), o qual é um caso particular do PID, para o controle de velocidade do motor DC. Para tal, serão colhidos dados de resposta do sistema para entradas senoidais que serão utilizados na rotina de identificação, a qual fornecerá um modelo que será validado analisando-se a sua complexidade e o erro em relação à resposta do sistema para diferentes tipos de entrada. De posse do modelo, será utilizada a metodologia de Ziegler-Nichols para a determinação dos parâmetros do controlador PI. A metodologia de Ziegler-Nichols é baseada na experiência adquirida em ajustar os parâmetros do controlador manualmente e, apesar de não ser recente, apresenta bons resultados que, posteriormente, podem ser utilizados para um ajuste fino ou como estimativa inicial para outros métodos. Por fim, a resposta do sistema em malha fechada simulada será comparada com o sistema real.



Fig. 1 – Sistema DC Motor Control.

2. IDENTIFICAÇÃO DE SISTEMAS NO DOMÍNIO DA FREQUÊNCIA

A metodologia utilizada em [6-8] consiste em estimar uma família de modelos racionais bipróprios [6,8] e estritamente próprios [7], de ordem n previamente definida, $G_e^n(s)$, em que s é a variável de Laplace, para um sistema cujas entradas e saídas são sinais no tempo. Assume-se que o sistema seja linear ou possa ser linearizado em torno de um ponto de operação de interesse. As funções de transferência (FTs) $G_e^n(s)$ são obtidas por meio de uma formulação convexa do problema de identificação.

Na Fig. 2 é mostrado um fluxograma simplificado da metodologia proposta.

A primeira etapa da metodologia consiste em obter a resposta do sistema no domínio da frequência, $G(i\omega)$, para um conjunto de frequências $\underline{\omega} = [\omega_1 \ \omega_2 \ \dots \ \omega_m]^T$ pertencente a um intervalo de interesse; onde $i = \sqrt{-1}$. Na etapa subsequente, estima-se uma FT de ordem n previamente selecionada, $G_e^n(s)$, que possua o melhor ajuste com relação à resposta em frequência obtida na primeira etapa. Na terceira etapa analisa-se a necessidade de reduzir a ordem do modelo estimado e, por fim, ocorre a etapa de validação. O modelo será considerado satisfatório se conseguir representar a resposta dinâmica do sistema sem que apresente demasiada complexidade matemática.

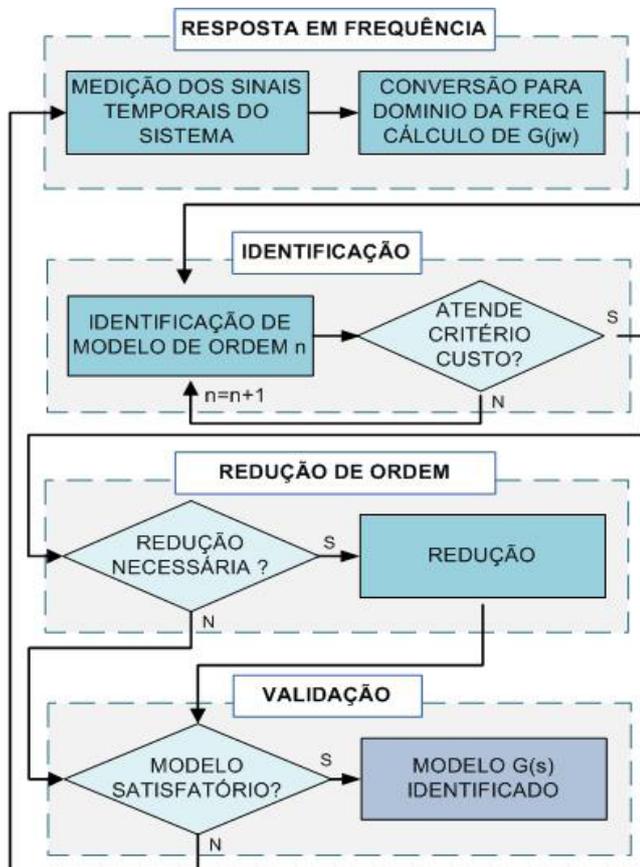


Fig. 2 – Fluxograma da metodologia proposta.

A partir das medições de entrada, n , e saída, $y(kT_s)$, do sistema, em que T_s é o período de amostragem das medições e $k=1,2,3,\dots$, é possível obter a resposta do sistema no domínio da frequência, $G(i\omega)$, aplicando-se a transformada rápida de Fourier (FFT – *Fast Fourier Transform*) em $u(kT_s)$ e $y(kT_s)$ [6-8]. Logo:

$$U(i\omega) = FFT[u(kT_s)] \quad (1)$$

$$Y(i\omega) = FFT[y(kT_s)] \quad (2)$$

Por meio das Eq. 1 e Eq. 2, obtém-se a resposta do sistema a partir da Eq. 3.

$$G(i\omega) = \frac{Y(i\omega)}{U(i\omega)} \quad (3)$$

Admite-se que a FT estimada de ordem n possa ser escrita como mostra a Eq. 4:

$$G_e^n(s) = \frac{N(\underline{\alpha}, s)}{D(\underline{\beta}, s)} \quad (4)$$

Onde $N(\underline{\alpha}, s)$ e $D(\underline{\beta}, s)$ são polinômios em s .

Como as funções $G_e^n(s)$ devem representar FTs próprias e bipróprias, essas serão representadas através da expansão sob a forma de conjuntos geradores apresentada na Eq. 5.

$$G_e^n(\underline{\theta}, s) = \sum_{k=0}^n \alpha_k P_k(s) \quad (5)$$

Em que $P_k(s)$ é descrito como mostra a Eq. (6):

$$P_k(s) = \frac{s^{n-k}}{s^n + \beta_1 s^{n-1} + \dots + \beta_{n-1} s + \beta_n} \quad (6)$$

Na Eq. 6, define-se que $\beta_0=1$ para simplificar o modelo e reduzir o número de parâmetros a serem estimados.

A partir das Eq. 4, Eq. 5 e Eq. 6, conclui-se que:

$$\frac{N(\underline{\alpha}, s)}{D(\underline{\beta}, s)} = \frac{\alpha_0 s^n + \alpha_1 s^{n-1} + \dots + \alpha_{n-1} s + \alpha_n}{s^n + \beta_1 s^{n-1} + \dots + \beta_{n-1} s + \beta_n} \quad (7)$$

Onde, a partir da Eq. 7 e da Eq. 4:

$$\begin{cases} \underline{\alpha} = [\alpha_0 \ \alpha_1 \ \dots \ \alpha_n]^T \in \mathbb{R}^{n+1} \\ \underline{\beta} = [\beta_1 \ \beta_2 \ \dots \ \beta_n]^T \in \mathbb{R}^n \\ \underline{\theta} = [\underline{\alpha}^T \ \underline{\beta}^T]^T \in \mathbb{R}^{2n+1} \end{cases} \quad (8)$$

Defini-se o critério de erro $J(\underline{\theta})$ baseado em norma quadrática segundo a Eq. 9.

$$J(\underline{\theta}) = \left\| D(\underline{\beta}, i\omega) G(i\omega) - N(\underline{\alpha}, i\omega) \right\|_2^2 \quad (9)$$

Na Eq. 9, $N(\underline{\alpha}, i\omega)$ e $D(\underline{\beta}, i\omega)$ são as repostas em frequência do numerador e do denominador de $G_e^n(s)$, respectivamente.

Uma vez definida a ordem n de $G_e^n(s)$, o problema de otimização mostrado na Eq. 10 é estabelecido para $\underline{\theta} \in \mathbb{R}^{2n+1}$, a partir do critério de erro definido na Eq. 9

$$\min_{\underline{\theta}} J(\underline{\theta}) = \min_{\underline{\theta}} \left\| D(\underline{\beta}, i\omega) G(i\omega) - N(\underline{\alpha}, i\omega) \right\|_2^2 \quad (10)$$

Em [8] é provado que a função $J(\underline{\theta})$ é convexa e que, por isso, o problema definido na Eq. 10 possui solução ótima global. A solução desse problema de otimização é obtida por meio da Eq. (11).

$$\nabla J(\underline{\theta}) = \left(\frac{\partial J}{\partial \underline{\alpha}}, \frac{\partial J}{\partial \underline{\beta}} \right)^T = \mathbf{0}_{2n+1 \times 1} \quad (11)$$

A Eq. 9 pode ser reescrita como mostra a Eq.12:

$$J(\underline{\theta}) = \sum_{j=1}^m \left| D(\underline{\beta}, i\omega_j) G(i\omega_j) - N(\underline{\alpha}, i\omega_j) \right|^2 \quad (12)$$

Define-se $\Psi(i\omega_j)$ e $\Psi^*(i\omega_j)$ segundo as Eq. 13 e Eq. 14

$$\Psi(i\omega_j) = D(\underline{\beta}, i\omega_j) G(i\omega_j) - N(\underline{\alpha}, i\omega_j) \quad (13)$$

$$\Psi^*(i\omega_j) = \Psi(-i\omega_j) \quad (14)$$

Utilizando-se as Eq. 13 e Eq. 14, a Eq. 12 pode ser reescrita como:

$$J(\underline{\theta}) = \sum_{j=1}^m \Psi(i\omega_j) \Psi^*(i\omega_j)$$

Derivando-se parcialmente a Eq. 15 em relação a um termo θ_i qualquer de $\underline{\theta}$, tem-se:

$$\frac{\partial J}{\partial \theta_t} = \sum_{j=1}^m \left[\frac{\partial \Psi(i\omega_j)}{\partial \theta_t} \Psi^*(i\omega_j) + \Psi(i\omega_j) \frac{\partial \Psi^*(i\omega_j)}{\partial \theta_t} \right] \quad (16)$$

O termo θ_i pode ser igual a $\alpha_k, k = 0, 1, \dots, n$, ou igual a $\beta_l, l = 1, 2, \dots, n$. As Eq. 17 e Eq. 18 mostram as derivadas parciais de $\Psi(i\omega_j)$ em relação a α_k e β_l .

$$\frac{\partial \Psi(i\omega_j)}{\partial \alpha_k} = -(i\omega_j)^{n-k} = -R_{n-k} \quad (17)$$

$$\frac{\partial \Psi(i\omega_j)}{\partial \beta_l} = (i\omega_j)^{n-l} G(i\omega_j) = R_{n-l} G(i\omega_j) \quad (18)$$

Substituindo as Eq. 17 e Eq. 18 na Eq. 16, obtém-se:

$$\frac{\partial J}{\partial \alpha_k} = \sum_{j=1}^m 2Re \{ R_{n-k} [N^*(\underline{\alpha}, i\omega_j) - G^*(i\omega_j) D^*(\underline{\beta}, i\omega_j)] \} \quad (19)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \beta_l} = \sum_{j=1}^m 2Re \{ R_{n-l} G(i\omega_j) [N^*(\underline{\alpha}, i\omega_j) - G^*(i\omega_j) D^*(\underline{\beta}, i\omega_j)] \} \quad (20)$$

Em que $Re[\cdot]$ representa a parte real do argumento e $[\cdot]^*$ representa o conjugado do argumento.

A partir das Eq. 11, tem-se:

$$\frac{\partial J}{\partial \alpha_k} = 0 \quad (21)$$

$$\frac{\partial J}{\partial \beta_l} = 0 \quad (22)$$

Substituindo as Eq. 19 e Eq. 20 nas Eq. 21 e Eq. 22, obtém-se:

$$\sum_{j=1}^m 2Re \{ R_{n-k} [N^*(\underline{\alpha}, i\omega_j) - G^*(i\omega_j) D^*(\underline{\beta}, i\omega_j)] \} = 0 \quad (23)$$

$$\sum_{j=1}^m 2Re \{ R_{n-l} G(i\omega_j) [N^*(\underline{\alpha}, i\omega_j) - G^*(i\omega_j) D^*(\underline{\beta}, i\omega_j)] \} = 0 \quad (24)$$

Em [6-8] demonstra-se que as Eq. 23 e Eq. 24 podem ser escritas na forma matricial obtendo-se um sistema de equações lineares.

Para determinar o custo de ajuste, define-se o seguinte critério de custo.

$$J_c = \|G(i\omega) - G_e^n(i\omega)\|_2 \quad (23)$$

As FTs obtidas são avaliadas considerando-se o custo de ajuste e a complexidade matemática, ou seja, a sua ordem.

3. SÍNTESE DE CONTROLE

Por causa de sua simplicidade e notória eficiência em resolver muitos dos problemas de controle, a arquitetura de

controle PID é largamente utilizada em sistemas industriais [8-10]. Essa grande aplicabilidade estimulou a pesquisa e o desenvolvimento de técnicas para a determinação dos parâmetros do controlador, bem como a proposição de novas arquiteturas baseadas no PID. [10-12]

A estrutura de três termos do PID possibilita a atuação do controlador na resposta do sistema tanto no regime transiente quanto no regime permanente. [9,10].

O formato padrão do PID é comumente representado de duas formas: na forma ideal, mostrada na Eq. 26 e na forma paralela, mostrada na Eq. 27.

$$G_{ci} = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} + T_D s \right) \quad (26)$$

$$G_{cp} = K_p + \frac{K_I}{s} + K_D s \quad (27)$$

K_p é o ganho proporcional, K_I é o ganho integral, K_D é o ganho derivativo, T_I é a constante de tempo do termo integral e T_D é a constante de tempo do termo derivativo.

Cada termo do controlador PID possui uma função específica. O termo proporcional é responsável por fornecer uma ação de controle proporcional ao sinal de erro, o termo integral é responsável por reduzir o erro em estado estacionário, enquanto que o termo derivativo é responsável por melhorar a resposta do sistema no regime transiente. [9,10].

O controlador PID pode ser visto como um compensador de atraso-avanzo de fase. De forma análoga, o controlador PI pode ser visto como um compensador de atraso de fase, enquanto o controlador PD pode ser visto como um compensador de avanço de fase. [10]

Diversas técnicas foram desenvolvidas para se determinar os parâmetros do controlador PID e de suas diferentes arquiteturas propostas. Em [10] é apresentada uma visão geral de diversas técnicas já desenvolvidas, incluindo as técnicas propostas em [12,13]. Já em [14], os resultados de diversos trabalhos são apresentados em forma de tabelas para diversos tipos de PID.

Nesse trabalho será utilizada a técnica heurística de Ziegler-Nichols, ou regras de Ziegler-Nichols. Apesar de não ser atual, esta possui a vantagem de ser simples de aplicar de gerar bons resultados. Em [9,11] são apresentadas as duas regras de Ziegler-Nichols.

A primeira regra de Ziegler-Nichols aplica-se a sistemas que não possuem polos na origem ou polos complexos conjugados dominantes e, portanto, possuem como resposta a uma entrada de degrau unitário, uma curva com um formato de S, como mostra a Fig. 3.

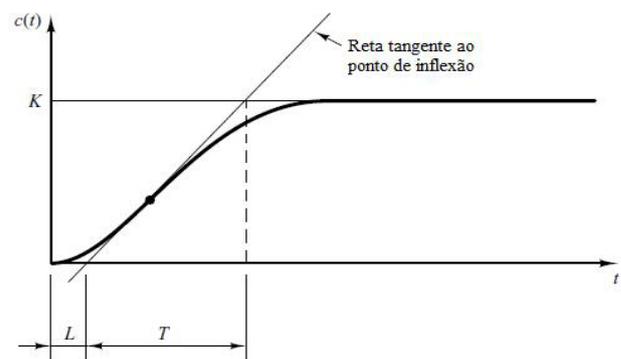


Fig. 3 – Curva em formato de S.

A curva em formato de S é caracterizada pelo tempo de atraso, L , e pela constante de tempo T . A constante de tempo e o tempo de atraso são determinados a partir das interseções da reta tangente ao ponto de inflexão da curva com o eixo das abscissas e com a curva $c(t) = K$, respectivamente, como é mostrado na Fig. 3.

Tabela 1: Parâmetros do Controlador, 1ª regra de Ziegler-Nichols.

Controlador	K_p	T_i	T_D
P	$\frac{T}{L}$	∞	0
PI	$0,9\frac{T}{L}$	$\frac{L}{0,3}$	0
PID	$1,2\frac{T}{L}$	$2L$	$0,5L$

Fonte:[9]

Tabela 2: Parâmetros do Controlador, 2ª regra de Ziegler-Nichols.

Controlador	K_p	T_i	T_D
P	$0,5K_{cr}$	∞	0
PI	$0,45K_{cr}$	$\frac{1}{1,2} P_{cr}$	0
PID	$0,6K_{cr}$	$0,5P_{cr}$	$0,125P_{cr}$

Fonte:[9]

A curva do sistema deverá ser obtida experimentalmente ou através de simulações numéricas.

Os parâmetros do controlador são determinados com o auxílio da Tab.1, a partir dos valores de e e [9].

A segunda regra de Ziegler-Nichols aplica-se a sistemas que, variando-se apenas a constante do proporcional K_p , tornem-se puramente oscilatórios. Assim, varia-se o valor de K_p desde zero até o valor crítico em que o sistema se torna puramente oscilatório pela primeira vez, determinando-se K_{cr} , e posteriormente determina-se o período de oscilação P_{cr} .

Da mesma forma que na primeira regra, K_{cr} e P_{cr} podem ser determinados tanto experimentalmente como através de simulações.

Os valores do parâmetro do controlador são obtidos por meio da Tab. 2 e dos valores de K_{cr} e P_{cr} .

Note que, tanto na Tab. 1 quanto na Tab.2, admite-se que o controlador está representado na forma ideal apresentada na Eq. 26.

As regras de Ziegler-Nichols geram sistemas em malha fechada estáveis, porém nem sempre esses sistemas satisfazem os requisitos de projeto. Contudo, é possível aplicar outras técnicas tendo como ponto inicial os parâmetros já determinados.

4. IDENTIFICAÇÃO DO MOTOR DC

O sistema a ser identificado é o “DC motor control” já apresentado e mostrado na Fig. 1.

Para o sistema em questão a entrada é a tensão em Volts aplicada ao motor e a saída é a velocidade angular do eixo do motor, em radianos por segundo, medida por meio do “encoder”.

Tabela 3: Custo dos modelos identificados.

Ordem de G_e^n	Custo calculado (Eq. 25)
1	9,5228
2	11,7559
3	9,8721

Para se obter os dados temporais de entrada e saída do sistema, os quais foram utilizados para realizar a identificação, sinais senoidais foram aplicados na entrada do sistema e mediram-se as respostas. Foram realizadas 100 medições, variando-se a frequência dos sinais senoidais de entrada de 0,10Hz a 10Hz (limites mínimo e máximo permitidos pelo software).

O período de amostragem utilizado na aquisição das medidas de entrada e saída do sistema foi de 0,01s e o tempo total de cada medição foi de 10s, o que proporcionou 1000 pontos para cada medição de entrada e saída.

A resposta no domínio da frequência do sistema foi obtida aplicando-se a FFT nas medidas temporais de entrada e saída, como descrito nas Eq. 1, Eq. 2 e Eq. 3.

Com os dados de resposta do sistema no domínio da frequência, aplicou-se a técnica de identificação descrita. Para fins do cálculo do custo de ajuste da função, foi utilizado o critério da Eq. 25.

A Tab. 3 contém o valor calculado do custo de ajuste para os modelos estimados até ordem 3.

Considerando como critério para a escolha do modelo a combinação entre menor custo de ajuste e menor complexidade, o modelo selecionado para representar o sistema é o de ordem 1, chamado aqui de $G_e^1(s)$.

A Fig. 4 mostra a comparação entre a resposta em frequência calculada do sistema e a resposta em frequência do modelo estimado $G_e^1(s)$.

As Fig. 5, Fig. 6 e Fig. 7 apresentam a comparação, no domínio do tempo, entre a resposta do sistema e do modelo para entradas senoidais, triangulares e quadradas, respectivamente.

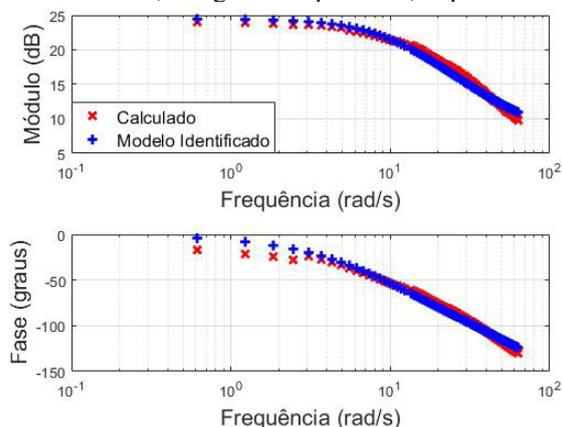


Fig. 4 – Comparação da Resposta no domínio da frequência .

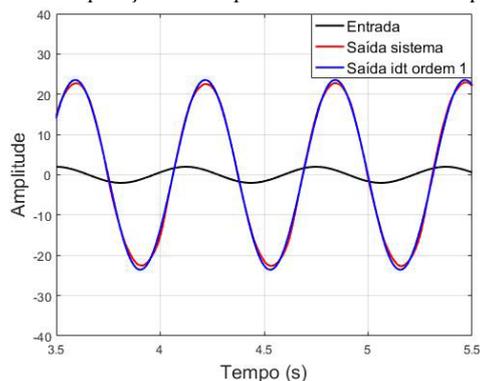


Fig. 5 – Comparação da resposta no domínio do tempo para entrada senoidal de 1,60Hz [$G_e^1(s)$].

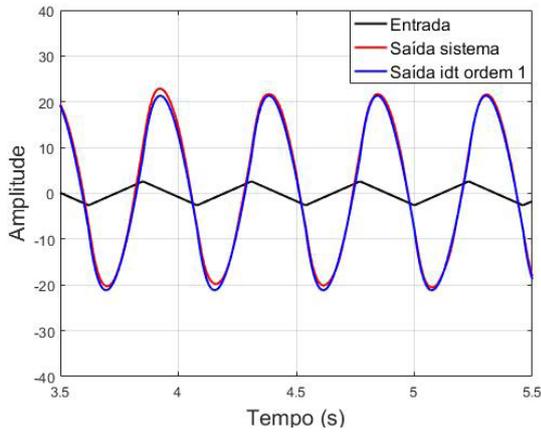


Fig. 6 – Comparação da resposta no domínio do tempo para entrada triangular de 2,20Hz [$G_e^1(s)$].

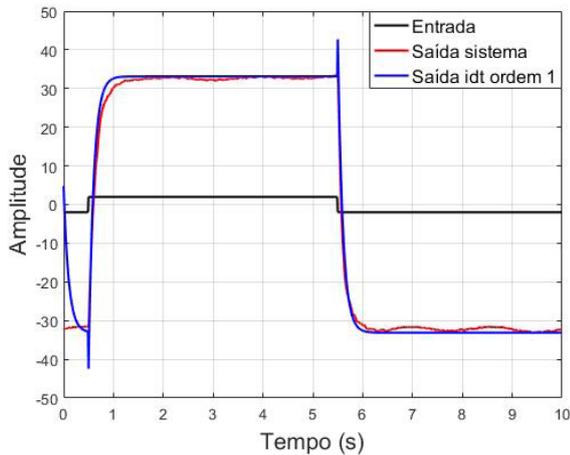


Fig. 7 – Comparação da resposta no domínio do tempo para entrada quadrada de 0,10Hz [$G_e^1(s)$].

Analisando-se as Fig. 5 e Fig. 6 percebe-se que o modelo estimado $G_e^1(s)$ apresenta um bom ajuste, em relação à resposta do sistema para as entradas senoidais e triangulares. Contudo, na Fig. 7, o sistema apresenta um *undershooting* na região de mudança de sinal da onda. Essa é uma característica de sistemas de fase não-mínima.

A FT de $G_e^1(s)$ é apresentada na Eq. 28:

$$G_e^1(s) = \frac{-2,425 s + 165,7}{s + 9,902} \quad (28)$$

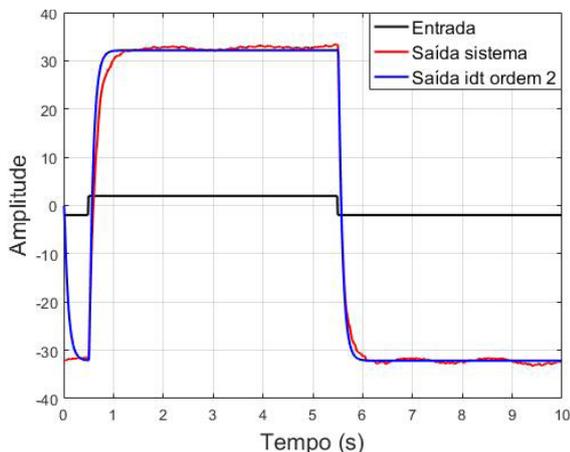


Fig. 8 – Comparação da resposta no domínio do tempo para entrada quadrada de 0,10Hz [$G_e^2(s)$].

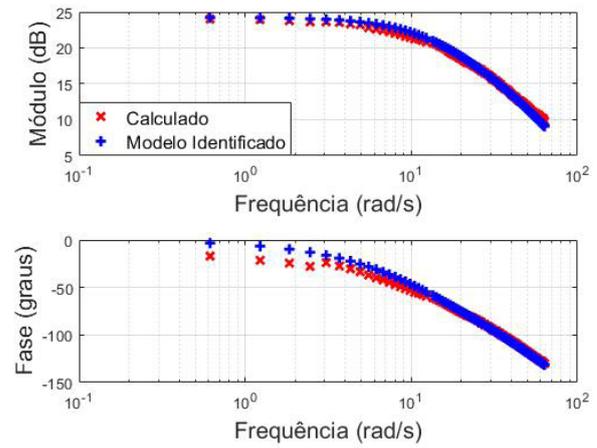


Fig. 9 – Comparação da Resposta no domínio da frequência $G_e^2(s)$.

Analisando-se a Eq. 28 constata-se que apresenta um número ímpar de zeros no semiplano positivo do plano s , ou seja, um zero no semiplano positivo do plano s , o que, segundo teorema apresentado em [15], é condição necessária e suficiente para que um sistema estável apresente um *undershooting* inicial para uma entrada em degrau, como mostrado na Fig. 7.

Devido ao resultado mostrado na Fig. 7, investigou-se qual dos modelos gerados possuía melhor ajuste para entrada de onda quadrada, chegando-se a conclusão que o modelo de segunda ordem, $G_e^2(s)$, era o que melhor se ajustava, como mostrado na Fig. 8.

Esse resultado se explica pelo fato de a onda quadrada excitar maiores frequências do espectro, onde o modelo possui melhor ajuste, como pode ser constatado comparando se a Fig. 9 com a Fig.4.

A FT de $G_e^2(s)$ é mostrada na Eq. 29:

$$G_e^2(s) = \frac{-103,8 s + 19510}{s^2 + 105,2 s + 1201} (s) \quad (29)$$

A análise da Eq. 29 mostra que $G_e^2(s)$ também possui um zero no semiplano positivo do plano s , e, portanto, também satisfaz a condição necessária e suficiente do teorema em [15], apresentando *undershooting* para uma entrada degrau, o qual é imperceptível na Fig. 8.

Em [16] é provado que quanto mais próximo o zero no semiplano positivo do plano s se encontra do eixo imaginário, maior será a amplitude do *undershooting*. Analisando-se as Eq. 28 e Eq. 29, constata-se que o zero de $G_e^1(s)$ é o que está mais próximo do eixo imaginário, justificando a maior amplitude do *undershooting*.

Como a análise de desempenho de controladores é feita com base na resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada e pelo fato da diferença de custos entre $G_e^1(s)$ e $G_e^2(s)$ não ser significativa, como mostra a Tab. 3, a FT $G_e^2(s)$ será o modelo escolhido para representar o sistema.

5. DETERMINAÇÃO DOS PARÂMETROS DO CONTROLADOR

A arquitetura escolhida para o controlador foi a proporcional-integral, PI, um caso particular da arquitetura PID. A representação na forma ideal do controlador PI é apresentada na Eq.30.

$$G_{PI}(s) = K_p \left(1 + \frac{1}{T_I s} \right) \quad (30)$$

Deseja-se que o sistema possua o menor tempo de acomodação sem que haja excessivo *overshooting*, tendo em mente a relação existente entre o tempo de subida e a amplitude do *overshooting* [9,10].

Analisando-se a FT do modelo escolhido, descrita na Eq. 29, optou-se por utilizar a segunda regra de Ziegler-Nichols. Determinou-se K_{cr} aplicando-se o critério de estabilidade de Routh-Hurwitz [9]. Encontrou-se como valores $K_{cr} = 1,035s$ e $P_{cr} = 0,043s$. A partir da Tab. 2, obtém-se o controlador da Eq. 31:

$$G_{PIZN}(s) = 0,4658 \left(1 + \frac{1}{0,0349s} \right) \quad (31)$$

A Fig. 10 mostra a resposta do modelo $G_e^2(s)$ em malha fechada com o controlador $G_{PIZN}(s)$ para uma entrada degrau unitário. Na Fig. 10, o sistema possui um comportamento oscilatório com excessivo *overshooting* de 80% em relação ao sinal de entrada.

Como o controlador da Eq. 31, obtido pelo método de Ziegler-Nichols, não apresentou uma resposta satisfatória, variou-se os valores dos parâmetros do controlador até que a resposta em malha fechada fosse satisfatória.

Após realizar a busca chegou-se ao controlador mostrado na Eq. 32.

$$G_{PI_f}(s) = 0,1519 \left(1 + \frac{1}{0,086s} \right) \quad (32)$$

A Fig. 11 mostra a resposta de $G_e^2(s)$ em malha fechada com o controlador descrito na Eq. 31. O sistema apresentou um tempo de acomodação pequeno e um *overshooting* desprezível.

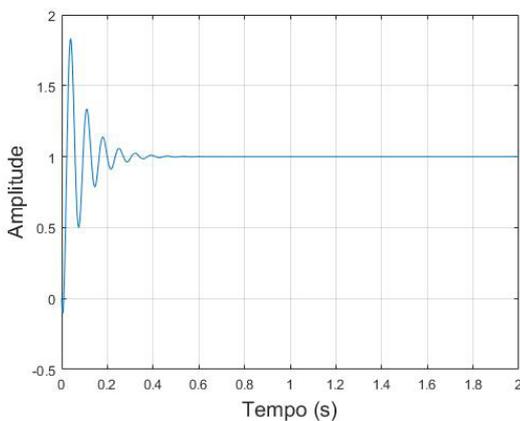


Fig. 10 – Resposta ao degrau unitário do sistema $G_e^2(s)$ em malha fechada com o controlador $G_{PIZN}(s)$.

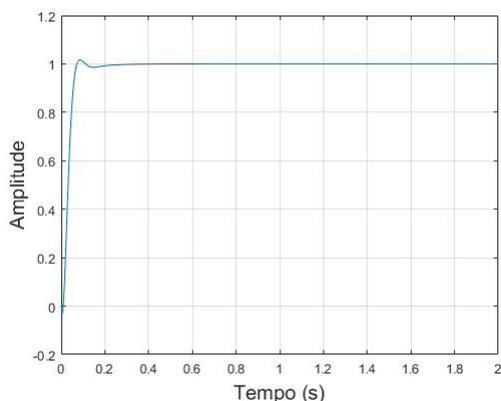


Fig. 11 – Resposta ao degrau unitário do sistema em malha fechada com o controlador $G_{PI_f}(s)$.

Como última etapa, comparou-se a resposta do sistema *DC motor control* em malha fechada com um controlador PI igual a $G_{PI_f}(s)$ com a resposta do modelo $G_e^2(s)$ em malha fechada com $G_{PI_f}(s)$.

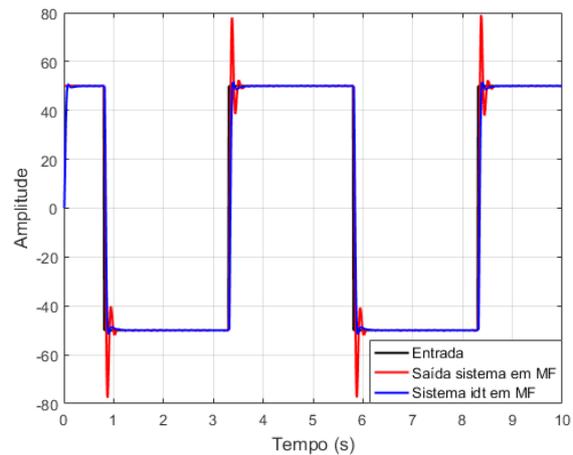


Fig. 12 – Resposta ao degrau unitário do sistema $G_e^2(s)$ em malha fechada com o controlador $G_{PI_f}(s)$.

Como entrada, foi utilizada uma onda quadrada de amplitude 50 e frequência 0,40 Hz. A Fig. 12 mostra a comparação dos resultados.

Pela análise da Fig. 12, constatou-se que ambos os sistemas conseguiram acompanhar os sinais de entrada, sem erro de estado estacionário. Gráficamente, é possível inferir que os dois sistemas apresentaram o mesmo tempo de subida, porém o sistema *DC motor control* apresentou um *overshooting* excessivo de por volta de 60%. Esse *overshooting* pode ser reduzido através do ajuste fino do termo proporcional diretamente no sistema.

6. CONCLUSÃO

Constatou-se que a metodologia de identificação gerou FTs de diferentes graus, porém com valores de custos de ajuste bem próximos. O modelo de $G_e^1(s)$ apresentou bons resultados quando submetido a ondas triangulares e senoidais, porém, para entrada de onda quadrada, $G_e^1(s)$ apresentou um *undershooting* acentuado. Para a resposta ao degrau, o modelo que obteve melhor ajuste foi G_e^2 , devido ao fato de a onda quadrada excitar frequências mais elevadas. Essa ocorrência evidencia a importância da escolha do espectro de frequências com o qual será realizada a identificação.

A metodologia para a determinação dos parâmetros do controlador escolhida nesse artigo foi a metodologia de Ziegler-Nichols. Essa escolha baseou-se na simplicidade de aplicação e nos resultados gerados. Essa metodologia é Heurística e poderia ter sido aplicada diretamente no sistema, sem a necessidade de se identificar um modelo, possivelmente demandando bastante tempo. Com a aplicação da técnica no modelo identificado e o uso de simulações computacionais, obteve-se um controlador que quando testado no sistema real gerou uma resposta satisfatória a qual acompanha o valor de entrada, mas com um *overshooting* acentuado. Essa resposta pode ser refinada através da aplicação, diretamente no sistema, de pequenos ajustes no termo proporcional, a fim de reduzir o *overshooting*.

Os resultados aqui obtidos poderiam ser melhorados se fosse possível obter a resposta em frequência do sistema para frequências mais altas, aumentando assim o espectro e

melhorando o resultado da identificação, e também se fosse empregada uma técnica para determinação dos parâmetros do controlador que fosse mais otimizada.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Aguirre, L. A. Introdução à Identificação de Sistemas, Editora UFMG, Belo Horizonte, 2007, ISBN 978-85-7041-584-4
- [2] Carvalho, M. R. L. Controle PID de Plantas Identificadas via Parâmetros de Markov, Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica), Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2000.
- [3] Macedo, R. B. S.; Identificação de Sistemas usando Conjuntos Geradores Otimizados, Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica), Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2001.
- [4] Morelli, E. A. Transfer Function Identification Using Orthogonal Fourier Transform Modeling Functions, Atmospheric Flight Mechanics Conference, 2013, Boston, MA; United States.
- [5] Pintelon, R., Guillaume, P., Rolain, Y., Schoukens, J. e Van Hamme, H. Parametric identification of transfer functions in frequency domain - a survey, IEEE Trans on Automatic Control, vol. 39, 1994, pg 2245–2260.
- [6] Ades, R., Silveira, B. P.; Identificação de sistemas por ajuste da frequência utilizando conjuntos geradores otimizados, XVI Congresso Brasileiro de Automática, 2006, Salvador, BA, Brasil.
- [7] Oliveira M. A., Ades, R. e Silveira, B. P. Identificação de sistemas por ajuste da resposta em frequência a partir de modelos estritamente próprios, Simpósio Brasileiro de Automação Inteligente, 2007, Florianópolis, SC, Brasil
- [8] Silveira, B. P. Identificação de sistemas no domínio da frequência para aplicação em veículos aéreos não-tripulados. Dissertação (Mestrado em Engenharia Elétrica), Instituto Militar de Engenharia, Rio de Janeiro, 2006.
- [9] Ogata, K. Modern Control Engineering, Prantice Hall, New York, 2010, ISBN: 978-0-13-615673-4
- [10] Li, Y. PID Control System Analysis, Design and Technology. IEEE Transactions on Control Systems Technology, vol. 13, nr. 4, 2005, pg 559–576.
- [11] Åström, K. J., Hägglund, T. PID Controllers: Theory, Design and Tuning, Instrument Society of America, North Carolina, 1995, ISBN: 1-55617-516-7
- [12] Feng, W., Li, Y. Performance indexes in evolutionary CACSD automation with application to batch PID generation, in Proc. 10th IEEE International Symposium of Computer Aided Control System, 1999, Kohala Coast, HI, pg 486–491.
- [13] Feng, W., Li, Y, Tan K. C., Zhu, X. K., Guan, X. and Ang, K. H. PIDeazy and automated generation of optimal PID controllers, in Proc. 3rd Asia-Pacific Conference of Control and Measurement, 1998, Dunhuang, China, pg 29–33
- [14] O'Dwyer, A. Handbook of PI and PID controller tuning rules, Imperial College Press, London, 2009, ISBN: 78-1-84816-242-6
- [15] Damm, T., Muhirwa, L. N. Zero Crossings, Overshoot and Initial Undershoot in the Step and Impulse Responses of Linear Systems. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 59, nr. 7, 2014, pg 1925-1929.
- [16] Lau, K., Middleton, R. H., Braslavsky, J. H. Undershoot and Settling Time Tradeoffs for Nonminimum Phase Systems. IEEE Transactions on Automatic Control, Vol. 48, nr. 8, 2003, pg 1389-1393