

Proposta de metodologia para avaliação temporal de estações de redes de nivelamento empregando a Teoria dos Grafos

Jessica Caroline dos Santos Siqueira^a, Leonardo Castro de Oliveira^b, Ivanildo Barbosa^c

Engenharia Cartográfica - IME

^ajcssiqueira.jj@gmail.com

^bleonardo@ime.eb.br

^civanildo@ime.eb.br

RESUMO: A remedição dos desníveis das seções por meio da técnica de nivelamento geométrico é uma atividade comum em redes de nivelamento e que gera várias observações de uma mesma seção. Esse conjunto de observações precisa ter sua consistência checada a fim de minimizar a inserção de possíveis outliers aos dados. Neste trabalho é proposta, para avaliação temporal dos dados de nivelamento, uma metodologia que: otimiza o método usual de análise; explora alternativas quando esse não é passível de aplicação, com o aproveitamento das informações disponíveis; adicionalmente, visa tornar a avaliação mais homogênea e não subjetiva. Para atingir tal objetivo, a rede foi tratada como um grafo, assim, foram empregados conceitos e algoritmos oriundos da Teoria dos Grafos, como todos os ciclos e caminhos. Esse paradigma possibilitou a geração de um conjunto de insumos para análise dos dados. A aplicação da metodologia na Rede Altimétrica Brasileira – RAAP – demonstrou resultados consistentes, desde que a rede possua redundância suficiente que permita a detecção e a confirmação de possíveis abalos.

PALAVRAS-CHAVE: Consistência das observações. Nivelamento. Outliers. Movimentação temporal. Ciclos e caminhos em grafos.

ABSTRACT: The remeasurement of height differences of the sections through the geometric leveling technique is an everyday activity in leveling networks. It generates many observations of the same section. This set of observations needs to be checked for consistency to minimize possible outliers' insertion into the data. This work proposes, for the temporal evaluation of the leveling data, a methodology that: optimizes the usual method of analysis; explores alternatives when it cannot be applied taking advantage of available information; additionally it aims to make the assessment more homogeneous and non-subjective. To achieve this goal, the network was treated as a graph. Thus, concepts and algorithms from Graph Theory were used, like all cycles and paths. This paradigm made it possible to generate a set of inputs for data analysis. The application of the methodology in the Brazilian Altimetric Network – RAAP – showed consistent results, as long as the network has enough redundancy to allow detection and confirmation of possible temporal movements.

KEYWORDS: Consistency of observations. Leveling. Outliers. Temporal movements. Cycles and paths in Graphs.

1. Introdução

Uma rede de nivelamento, ou uma Rede de Referência Altimétrica (RRA), consiste em um conjunto de Referências de Nível (RRNN) materializadas no terreno, onde são realizadas medições de diferenças de nível e distância entre as mesmas. As redes podem ser locais ou nacionais e ambas têm como finalidade fornecer valor de altitude com precisão adequada aos seus propósitos em uma dada região. As redes nacionais possuem a vantagem de fornecer um referencial único e homogêneo para as mais diversas atividades que demandam um adequado posicionamento vertical, tais como: processos de monitoramento de bar-

ragens, projetos de irrigação e drenagem, obras de infraestrutura como construção de rodovias e saneamento, entre outras.

É comum que as RRA, principalmente as nacionais, sejam construídas por etapas e, ocasionalmente, sejam realizadas densificações, em função da lentidão inerente ao método de medição por nivelamento geométrico. Com este processo, surge a necessidade de conectar novos níveis às estruturas das redes já existentes, além de existir casos em que linhas novas passam próximas das antigas, resultando que as RRNN das linhas antigas encontradas visualmente em bom estado de conservação sejam reniveladas. Neste trabalho, essas seções remediadas em diferentes épocas serão denominadas de seção

de cheque ou arestas de cheque. Essas seções demandam uma avaliação específica de tais dados – sendo este processo denominado de avaliação temporal.

A avaliação temporal é uma etapa que contribui com a análise robusta de redes altimétricas, pois qualquer RN que tenha sido movimentada pode gerar outlier(s) naquela região e até comprometer a qualidade da rede. Além disso, o processo permite validar se existiu ou não uma conexão consistente entre nivelamentos realizados em épocas distintas. É importante ressaltar que esta fase de análise de uma RRA antecede o ajustamento por mínimos quadrados e a aplicação dos métodos estatísticos e robustos para identificação de outliers. As avaliações são realizadas diretamente sobre os dados primários e não existe a influência de qualquer ajuste.

Neste trabalho, propõe uma metodologia para identificação e avaliação dessas seções de cheque baseada em conceitos da Teoria dos Grafos. Espera-se gerar de forma automática insumos consistentes que viabilizem a identificação de possíveis abalos temporais nas redes de nivelamento, contribuindo assim com o processo de refinamento e processamento dessas redes.

2. Teoria dos Grafos e Redes Altimétricas

Para a avaliação temporal das seções de cheque empregando a Teoria dos Grafos é necessário entender a rede de nivelamento como um grafo, ou seja, associar os elementos de uma rede de nivelamento aos elementos inerentes à Teoria dos Grafos. Essa associação é imprescindível, pois permite realizar a devida correspondência entre as duas áreas – no caso, a Geodésia e o Grafo – e empregar conceitos e algoritmos oriundos da Teoria dos Grafos na modelagem da proposta para avaliação das seções de cheque.

A Teoria dos Grafos é um ramo da matemática discreta que surgiu no início do século XVIII e vem sendo empregado na busca pela solução de diversos problemas práticos. Caracteriza-se um grafo pelo seu conjunto não vazio de vértices, por um conjunto de arestas e uma função (ψ) que associa cada aresta a um par não ordenado de vértices pertencentes ao grafo, podendo esses vértices serem distintos ou não [1].

Na **tabela 1** são apresentados os principais elementos da rede altimétrica empregados na modelagem desta proposta e a sua devida correspondência no universo da Teoria dos Grafos. Informações adicionais sobre os elementos de uma rede altimétrica podem ser obtidas em [2], bem como sobre grafos recomenda-se [1] e [3].

Tab. 1 - Correspondência entre elementos de uma rede de nivelamento e a teoria dos grafos

Rede Altimétrica	Teoria dos Grafos	Ilustração
RN ou RN nodal	Vértice	
Seção ou Linha internodal	Aresta	
Seção de cheque	Aresta Paralela	
Circuito	Ciclo	
Circuito Uni-Nodal (pontos como triângulos)	Self-loops	

Fonte: Autoria própria.

3. Avaliação Temporal e Arestas de Cheque

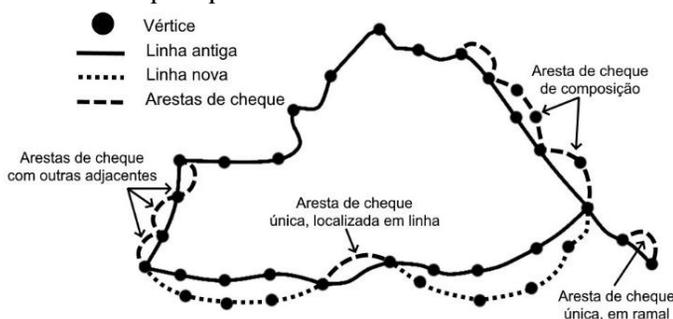
A avaliação temporal é o procedimento de verificar a consistência dos desníveis mensurados em épocas distintas, a fim de garantir que não ocorreu uma variação na coordenada altimétrica. Essa variação pode ser devida a uma movimentação vertical ou mesmo horizontal da referência de nível acima de uma tolerância estabelecida para a rede em análise. Existem 4 situações básicas em que uma seção ou aresta de cheque aparece em uma rede. A primeira situação seria o caso em que a aresta de cheque possui outras arestas de cheque adjacentes – nesta situação a avaliação temporal é feita diretamente a fim de identificar se ocorreu ou não um abalo nas RRNN envolvidas. Esta é a avaliação usualmente realizada, recomendada é descrita nas

Especificações e Normas para Levantamentos Geodésicos associados ao Sistema Geodésico Brasileiro (SGB) [2]. O segundo caso é quando as arestas de cheque adjacentes são uma composição de desníveis e distâncias mensurados entre RRNN na região, ocasionadas em grande parte das vezes pela destruição das estações entre um nivelamento ou outro. Neste trabalho, a composição máxima adotada foi da ordem de 10 km de distância nivelada. Optou-se por limitar esta distância na composição das seções devido à propagação de erros, pois composições mais extensas podem influenciar na avaliação temporal.

O terceiro caso considera que ocorreu um renivelamento de apenas uma única sessão na rede e esta seção encontra-se em uma linha. Já o quarto caso é quando a única seção renivelada encontra-se em um ramal. O segundo e o terceiro caso são situações que fogem a recomendação padrão de avaliação temporal, mas que estão sendo consideradas neste trabalho, pois também apresentam potencial de fornecer informações consistentes para identificação de abalo temporal das estações. O emprego da Teoria dos Grafos nesses dois casos possibilita tornar esse processo mais objetivo e otimiza o tempo de avaliação, uma vez que identifica e gera de forma automática as análises.

As seções do quarto caso possuem avaliação restrita, pois estão localizadas em ramais. Os ramais são elementos que não atendem ao conceito de rede e não possuem redundância. Na **figura 1** são ilustradas as 4 situações que as arestas de cheque podem ser encontradas em uma rede.

Fig. 1 – As quatro situações básicas que uma aresta de cheque aparece em uma rede de nivelamento.



Fonte: Autores.

4. Metodologia

Na **figura 2** apresenta-se um diagrama contendo os passos da metodologia implementada para a avaliação das seções de cheque de uma rede. Os retângulos tracejados ressaltam as fases da metodologia em que os conceitos e algoritmos da Teoria dos Grafos são empregados. Foram usados os seguintes conceitos: grau do vértice, vértices adjacentes, grafos ponderados, grafos conexos, subgrafos, caminhos e ciclos. Todos estes são apresentados em detalhes por [1] e [3]. Alguns algoritmos utilizados foram os de identificação de ciclos mínimos, conforme abordado por [4], e os algoritmos de busca em profundidade (*Depth-First Search – DFS*) e de caminhos mínimos, explicados por [5].

As características de uma RRA permitem a sua modelagem e armazenamento como um grafo conexo e não direcionado, com as arestas ponderadas pela distância nivelada (em quilômetros) da seção, sendo as RRNN os vértices do grafo e as arestas a representação da existência de uma medição entre duas RRNN. O valor de desnível da seção é a média entre o nivelamento e o contranivelamento. O nivelamento é a medição da diferença de nível entre duas RRNN em um dado sentido e o contranivelamento a remedição deste desnível no sentido contrário.

O script inicia lendo os dados de desnível e distância média de cada seção, bem como a data (mês e ano) de medição. Em seguida, o mesmo identifica as arestas de cheque existentes e verifica se as diferenças no valor de desnível nas diversas medições da mesma seção estão dentro de um valor de tolerância estipulado no planejamento da rede. Caso estejam, é realizado o cálculo da média dos desníveis e das distâncias nos diferentes levantamentos e gerado um arquivo texto com todas as avaliações calculadas. No caso negativo, essas diversas medições da mesma seção são substituídas por uma única observação, onde o desnível é zerado e a distância é assumida como a média entre os levantamentos. O desnível zerado serve para marcar no arquivo de

desníveis quais seções ainda serão avaliadas e a distância não zerada foi uma estratégia para viabilizar a etapa de redução internodal e, conseqüentemente, a identificação de arestas de cheque obtidas pela composição de outras seções. Tal conduta permite que a rede seja armazenada como um grafo simples e a partir deste calculada a rede intermodal, isto é, a parte do nivelamento que atende aos requisitos de rede e permite que sejam realizadas avaliações explorando a sua redundância.

Nesta fase são gerados arquivos com listas de ramais e self-loops identificados. Durante a identificação da rede internodal as arestas de cheque geradas da composição de uma ou mais seções e que tenham distância acumulada menor ou igual a 10 km são identificadas e separadas.

O passo seguinte é juntar em um único arquivo todas as arestas de cheque encontradas, as oriundas das seções diretas do nivelamento e as obtidas após a composição internodal, tanto as que estejam acima como abaixo da tolerância.

Este novo arquivo de arestas de cheque é transformado em um novo grafo. Este grafo é subdividido em componentes conexas e cada componente é colocado em um grupo. Existem dois grupos, um com as componentes que tenham apenas 1 única aresta de cheque e outro das componentes com 2 ou mais arestas de cheque. São geradas análises temporais e figuras ilustrativas do grafo das componentes com 2 ou mais arestas de cheque, para que assim o analista possa ter subsídio para tomada da decisão mais adequada.

No caso das arestas de cheque únicas localizadas em ramais, estas são impressas em uma lista separada. No caso das arestas únicas localizadas em linhas, a ideia é utilizar a rede internodal anteriormente gerada e calcular os ciclos mínimos na região. Com estes ciclos, extrair aqueles que possuem as arestas de cheque únicas e realizar uma avaliação com todos os caminhos e ciclos deste conjunto. Esta avaliação tem como finalidade gerar insumos adicionais que permitam a identificação de possíveis abalos ou

até mesmo verificar a consistência da rede com cada observação de forma independente.

Nesta fase em que se utilizam os ciclos no entorno da aresta de cheque que está sendo avaliada, é possível escolher conjuntos maiores de ciclos no seu entorno, tanto quanto seja necessário. Contudo, quanto mais dados forem utilizados para gerar todos os caminhos e todos os ciclos, maior será o tempo computacional exigido.

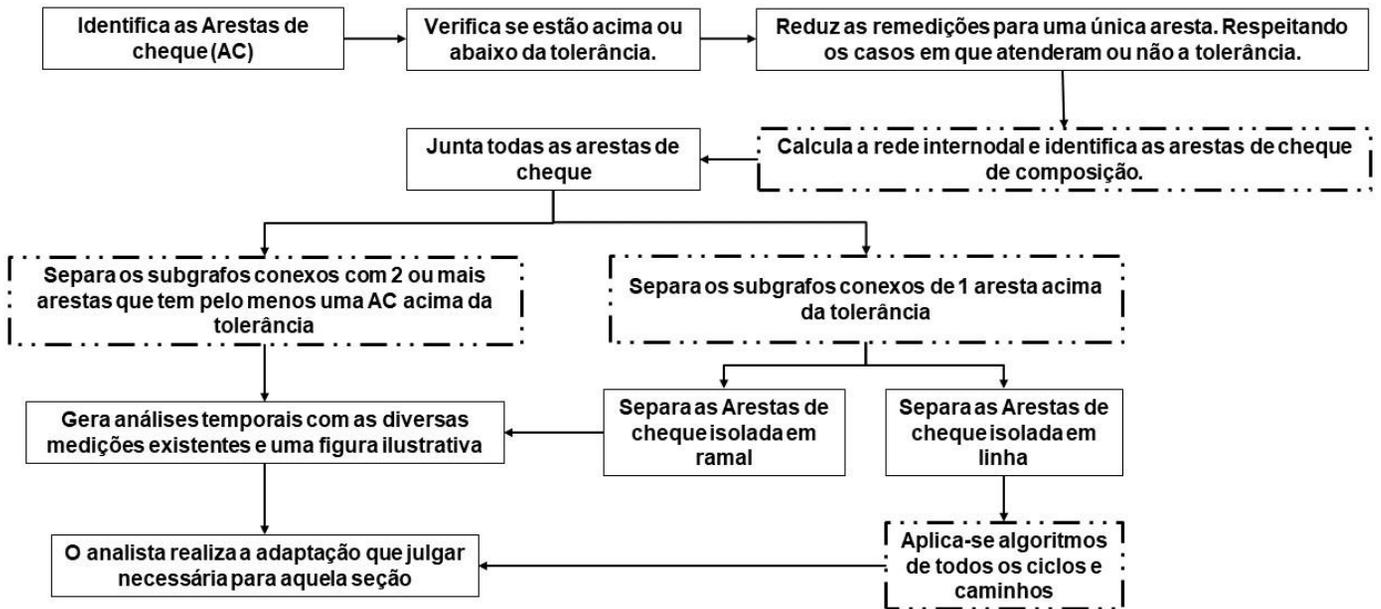
É importante frisar que na literatura um outlier é definido como uma observação atípica na amostra e que, segundo [6], pode ser ocasionado por qualquer um dos três tipos comuns de erros, como os grosseiros, aleatórios e sistemáticos, bem como pela composição destes. No entanto, quando uma RN sofre um abalo, esta pode gerar um outlier na amostra, mesmo as observações (os desníveis mensurados) não tendo a presença de nenhum dos três erros. Este fato ocorre porque uma RN, quando abalada, não materializa mais a posição original de quando foi implantada e nivelada. A mudança da posição original gera, na verdade, uma “nova” referência de nível. Neste contexto, avaliar este tipo de situação é imprescindível para minimizar fontes de erros que frequentemente acabam sendo ignoradas ou desconhecidas.

5. Desenvolvimento de Script

Para a elaboração dos scripts foi empregada a linguagem Python. Duas bibliotecas escritas nesta linguagem foram fundamentais para o desenvolvimento desta proposta, a Pandas [7] e a NetworkX [8].

Na fase de gerar todos os caminhos foi empregada a função já implementada na biblioteca NetworkX, denominada “*all_simple_paths*”. No caso do script que gera todos os ciclos, ele foi elaborado pela autora e inspirado tanto na lógica da função “*all_simple_paths*” quanto no algoritmo apresentado por [9].

Fig. 2 – Diagrama com as fases implementadas da metodologia de avaliação temporal de referências de nível (RRNN) empregando a Teoria dos Grafos.



Fonte: Autores.

6. Cenário De Aplicação

Para a aplicação da metodologia proposta, foi escolhida a Rede Altimétrica de Alta Precisão – RAAP, referência básica altimétrica para o país, que é estabelecida e mantida desde a década de 1940 pelo Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE), foi a escolhida. Devido às dimensões continentais do país e suas peculiaridades, a RAAP vem sendo densificada ao longo de vários anos e isto gerou a necessidade de diversas remedições de seções. Assim sendo, possibilitou o surgimento das 4 situações básicas anteriormente mencionadas, o que torna a RAAP um ambiente favorável de testes para a metodologia.

7. Resultados e Discussão

O arquivo bruto de nivelamento da RAAP que foi cedido pelo IBGE para fins de pesquisa contém 71.384 seções (incluindo as remedições). Após aplicar a metodologia identificou-se 1.572 seções que possuem duas ou mais remedições. Destas, 1.522 encontram-se dentro da tolerância aceitável para as

diferenças entre os desníveis de cada época. A tolerância adotada no caso da RAAP foi de 4mm/k , sendo k a distância nivelada da seção em quilômetros. Este valor está de acordo com a precisão de levantamento adotada para a grande maioria da rede, conforme descrito pelo IBGE [2], considerando a idade da rede e as épocas em que a maior parte dos levantamentos ocorreram.

Seguindo a metodologia, as 50 seções que tinham remedições que não atendiam a tolerância foram subdivididas em três grupos: 27 seções que possuem outras arestas adjacentes (considerando tanto as arestas diretas como as obtidas pela composição de seções), sendo possível realizar a avaliação temporal padrão; 13 seções sem outras adjacentes e que estão localizadas em ramais; e 10 que estão localizadas em linhas.

A figura 3 ilustra um trecho de um dos arquivos texto gerados com a metodologia. Este é o formato padrão de saída de todas as análises, sejam das seções acima ou abaixo da tolerância, com arestas únicas ou com outras adjacentes. É importante ressaltar que o arquivo de avaliação temporal gerado considera a combinação de análise de todas as

épocas para uma mesma seção, desta forma o analista terá o máximo possível de informações para a tomada de decisão. Um exemplo deste tipo de situação também é mostrado na **figura 3**.

A avaliação das seções de cheque quando se tem outras adjacentes – casos 1 e 2 – deve seguir o procedimento usual. A vantagem desta metodologia é que são gerados insumos de forma automática com o máximo de informações disponíveis na região de análise, buscando sempre tornar o processo mais objetivo e homogêneo. No caso das seções únicas localizadas em ramais, mesmo que o procedimento usual não possa ser aplicado, sua identificação pelos scripts é importante de ser registrada. Esse registro pode servir, por exemplo, para deixar indicado uma ressalva na região nos casos de estudos de futuras densificações.

O caso das seções únicas localizadas em linhas é o que necessita de uma avaliação mais minuciosa, uma vez que, como essas seções não possuem outras seções de cheque adjacentes que permitam uma avaliação usual, a estratégia adotada é explorar a redundância da rede para gerar o máximo de insumos possíveis, a fim de subsidiar a tomada de decisão. Um exemplo interessante que foi detectado após aplicar a metodologia para identificar as seções de choque da RAAP é o ilustrado na **figura 4**.

A seção 9320D-453G possui duas medições, uma realizada em 1960 e outra em 1987. A diferença entre os nivelamentos é de -13,55mm, o que acarreta um erro de fechamento entre as duas medições de -24,53 mm/k.

Fig. 3 - Trecho ilustrativo do arquivo de avaliação temporal quando a seção de cheque possui 3 ou mais remedições para entrar na avaliação.

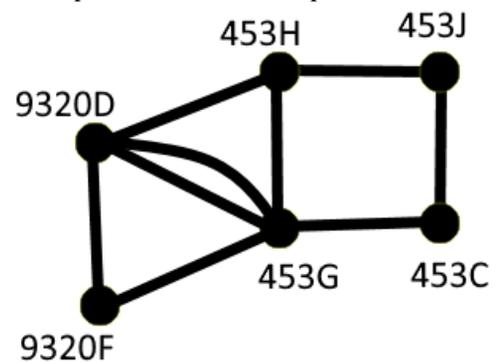
RNP	RNC	Desn	Dist	mes	ano_aaaa	ano_decimal	datas	Diferenca_mm	Erro relativo (mm/km)
2806S	9351C	-4,69655	0,65	7	1985	1985,58			
2806S	9351C	-4,6936	0,645	6	1996	1996,50			
2806S	9351C	-4,69508	0,6475				7/1985-6/1996	-2,95	-3,67
2806S	9351C	-4,69655	0,65	7	1985	1985,58			
2806S	9351C	-4,6947	0,65	6	2003	2003,50			
2806S	9351C	-4,69563	0,65				7/1985-6/2003	-1,85	-2,29
2806S	9351C	-4,6936	0,645	6	1996	1996,50			
2806S	9351C	-4,6947	0,65	6	2003	2003,50			
2806S	9351C	-4,69415	0,6475				6/1996-6/2003	1,1	1,37

Fonte: Autores.

Como não existem outras remedições nas arestas adjacentes que permitam os scripts gerarem dados para uma avaliação temporal usual, foi seguida a metodologia proposta para avaliação das seções de cheque únicas localizadas em linhas.

Identificaram-se os circuitos mínimos na região, separando aqueles que eram adjacentes à seção em análise **figura 4**. Calculou-se todos os caminhos que ligavam os vértices 9320D-453G e comparou-se com o desnível da medição direta da seção 9320D-453G nas duas épocas de nivelamento, um de cada vez. Posteriormente foram gerados todos os circuitos daquele conjunto. Dependendo da magnitude do abalo temporal, a propagação dos erros aleatórios da amostra pode acabar inviabilizando a análise, por isso a avaliação foi realizada considerando os circuitos mais próximos da seção de verificação.

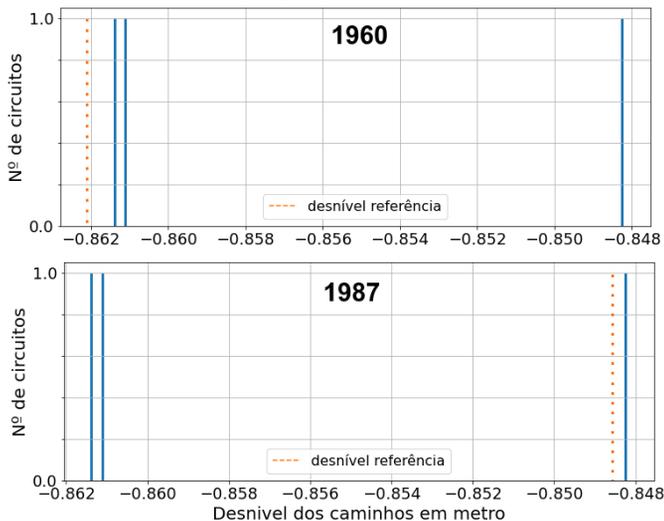
Fig. 4 – Ilustração dos circuitos adjacentes da seção 453G-9320D indicados pela metodologia e utilizados na avaliação temporal. Cada aresta representa uma medição.



Fonte: Autores.

Na avaliação dos caminhos, visualizados pelos histogramas da **figura 5**, percebe-se que a medição de 1960 concorda com 2/3 dos caminhos detectados, enquanto que a de 1987 com 1/3. Buscando avaliar este comportamento, partiu-se para a análise dos circuitos.

Fig. 5 – Histogramas com os desníveis calculados dos 3 caminhos detectados mais o desnível da aresta 453G-9320D, em tracejado.



Fonte: Autores.

A **tabela 2** apresenta os resultados dos fechamentos dos circuitos, considerando as duas medições da seção 453G-9320D e as épocas de levantamento das seções envolvidas. E a **figura 6** ilustra os desenhos dos circuitos identificados e calculados conforme a **tabela 2**.

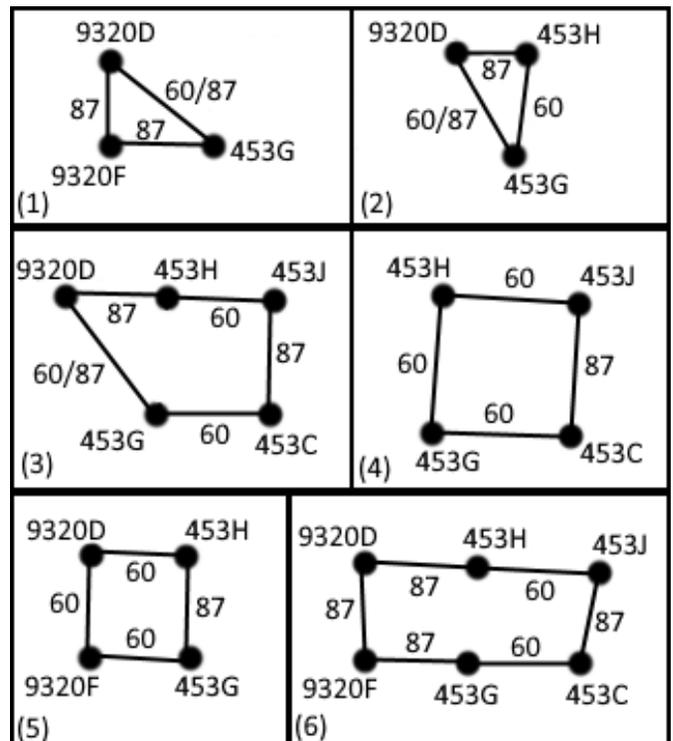
Com esses dados percebe-se que, sempre que os circuitos utilizam ao mesmo tempo medições de 1960 e 1987 sobre a RN 453G, os mesmos apresentam um erro de fechamento entre 12 e 14 mm, enquanto que nos demais casos os erros de fechamento são menores ou igual a 1 mm. No entanto, este fato não ocorre com a 9320D, indicando que muito provavelmente a RN 453G foi abalada entre os dois levantamentos. Logo, mesmo não sendo possível aplicar o método usual de avaliação, os insumos gerados com a metodologia proposta permitiram, neste caso, indicar com alta possibilidade a existência de um abalo da RN 453G.

Tab. 2 - Erro De Fechamento Dos Circuitos Da Figura 6.

	1960	1987
Circuito 01	-13,9 mm	-0,3 mm
Circuito 02	-0,7 mm	12,8 mm
Circuito 03	-1,0 mm	12,6 mm
Circuito 04	-0,3 mm	
Circuito 05	-13,2 mm	
Circuito 06	12,9 mm	

Fonte: Autores.

Fig. 6 – Desenho dos circuitos considerando as duas medições da seção 453G-9320D (1960 e 1987).



Fonte: Autores.

8. Conclusões

Neste trabalho foi proposta uma metodologia que otimiza o método usual, explora alternativas quando o mesmo não é passível de aplicação, aproveitando as informações disponíveis, e que visa tornar a avaliação temporal dos dados de nivelamento mais homogênea e menos subjetiva.

A metodologia se mostrou promissora na geração de insumos para subsidiar o analista no processo de avaliação temporal. Quando não existem informações suficientes que permitam a aplicação do método usual de avaliação temporal seja aplicado, a metodologia possibilita indicar a medição mais consistente com a rede no entorno.

Adicionalmente, por estar automatizada, a metodologia possibilita explorar as composições possíveis na região para incrementar a análise, o que pode ser visto como um ganho sobre o método usual.

Esta pesquisa é parte da dissertação de mestrado em desenvolvimento, onde está sendo aplicada

a Teoria dos Grafos aplicada ao processo de avaliação dos dados primários de redes de nivelamento, com a finalidade de detectar e identificar outliers e contribuir com o processo de refinamento e processamento de redes de referência altimétrica. Informações adicionais sobre a dissertação em [10].

Agradecimentos

Os autores agradecem ao Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística (IBGE) por ceder os dados de nivelamento da RAAP para o desenvolvimento deste trabalho.

Referências

- [1] J. A. Bondy, U. S. R. Murty. Graph Theory with Applications. Ontario: Elsevier Science Publishing Co., Inc, 1976. 270p.
- [2] IBGE – Instituto Brasileiro de Geografia e Estatística. Especificações e Normas para Levantamentos Geodésicos associados ao Sistema Geodésico Brasileiro, Manual Técnico, Rio de Janeiro, 2017. 56p. Disponível em: <https://geoftp.ibge.gov.br/metodos_e_outros_documentos_de_referencia/normas/normas_levantamentos_geodesicos.pdf>
- [3] G. O'Regan. Guide to Discrete Mathematics. [s.l.] Springer, 2016. 378p. DOI: 10.1007/978-3-319-44561-8_1.
- [4] T. Kavitha. et al. An $\tilde{O}(m^2n)$ Algorithm for Minimum Cycle Basis of Graphs *Algorithmica* 52, p. 333-349, 2008. DOI: 10.1007/s00453-007-9064-z.
- [5] K. D. Lee, S. Hubbard. Data Structures and Algorithms with Python. Springer, 2015. 369p.
- [6] S. S. Suraci. Aplicação das normas L_1 e L_∞ em redes altimétricas: identificação de outliers e construção do modelo estocástico. Dissertação (Mestrado em Engenharia Cartográfica). Instituto Militar de Engenharia. Brasil, 2018.
- [7] Pandas. Pandas documentation. Versão 1.0.5. 2020. Disponível em: <<https://pandas.pydata.org/pandas-docs/version/1.0.5/>>.
- [8] A. A. Hagberg, D. A. Schult, P. J. Swart. Exploring network structure dynamics, and function using NetworkX. Proceedings of the 7th Python in Science Conference (SciPy2008). G. Varoquaux, T. Vaught, J. Millman (Eds.) p. 11-15, 2008. Disponível em: <<https://networkx.org/documentation/stable/index.html>>.
- [9] A. L. T. Penha. et al. Identificação de erros grosseiros em dados geodésicos unidimensionais. Projeto de fim de curso em Engenharia Cartográfica. Instituto Militar de Engenharia, Brasil, 2007.
- [10] J. C. S. Siqueira. Teoria dos Grafos aplicada ao processo de avaliação dos dados primários de redes de nivelamento. Dissertação de Mestrado em desenvolvimento (Mestrado em Engenharia de Defesa). Instituto Militar de Engenharia, Brasil.