

Avaliação dos principais modelos de admitância da sonda coaxial aberta para medidas de permissividade elétrica

Daniel Henrique da Silva Souza^a, José Carlos Araujo dos Santos^b

Engenharia Elétrica e Eletrônica - IME

^adanhen.br@gmail.com

^baraujo@ime.eb.br

RESUMO: O conhecimento preciso das propriedades dielétricas dos materiais, sobretudo permissividade, é essencial em diversas áreas da engenharia. O presente trabalho trata do método reflexivo de caracterização dielétrica baseado em sensores coaxiais. Apresenta uma avaliação criteriosa dos diversos modelos de admitância disponíveis na literatura para o sensor e uma comparação entre eles, de forma a evidenciar um modelo preciso e de computação rápida para implementação prática. Neste contexto, são abordados os dois problemas inerentes ao método da sonda coaxial, um relativo à determinação da admitância em função da permissividade (problema direto) e outro relativo à determinação da permissividade em função da admitância (problema inverso). No presente trabalho são consideradas as soluções do problema direto para os modelos da literatura.

PALAVRAS-CHAVE: Ponta de teste coaxial, sensor coaxial, coeficiente de reflexão, medidas de permissividade.

ABSTRACT: The accurate knowledge of the dielectric properties of materials, especially permittivity, is essential in several areas of engineering. The present work deals with the reflective method of dielectric characterization based on coaxial sensors. It presents an evaluation of various admittance models available in the literature for the sensor and a comparison between them, attempting to identify a fast and accurate model for practical applications. In this context, the two inherent problems to the coaxial probe method are addressed, one related to the admittance determination as a function of permittivity (direct problem) and another related to the permittivity determination as a function of admittance (reverse problem). In the present work, the solutions of the direct problem available in the literature are addressed.

KEYWORDS: Coaxial probe, open-ended coaxial sensor, reflection coefficient, permittivity measurement.

1. Introdução

A sonda coaxial aberta (do inglês open-ended coaxial probe) é um dispositivo amplamente utilizado na comunidade científico-tecnológica para medição de permissividade de líquidos, sólidos e semissólidos dentro de uma extensa faixa de frequências. Neste contexto, associados à sonda coaxial, há na literatura diversos métodos de medida, que diferem entre si em complexidade, confiabilidade e precisão.

Em teoria, um método para medida dielétrica com a sonda coaxial deve ser capaz de determinar a admitância de um material em teste (MUT, do inglês *Material*

Under Test) a partir de um valor conhecido de permissividade. São estabelecidos assim os denominados modelos de admitância da sonda.

Na bancada, a essência do método consiste em medir o coeficiente de reflexão de entrada da ponta de teste imersa ou em contato com o MUT e realizar cálculos, através de modelos adequados, para extração da permissividade, usualmente com o auxílio de ferramentas de CAD.

Quando existe uma diferença de impedância entre a linha de transmissão da sonda coaxial e o material em avaliação em seu terminal aberto, parte do sinal incidente no sensor é absorvida pelo material e parte é refletida para a linha. Funcionalmente, a sonda (ou ponta

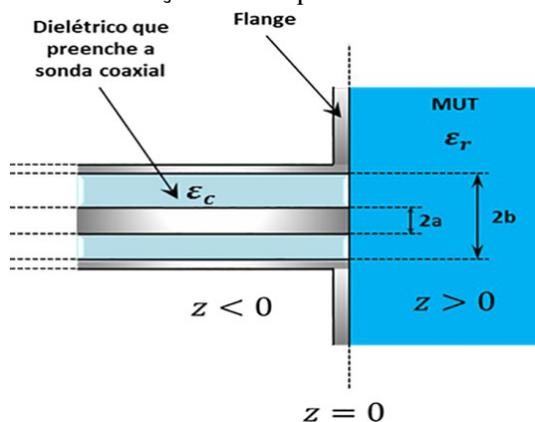
de teste) coaxial é uma linha de transmissão com uma terminação em aberto.

A estrutura básica da sonda é ilustrada na **figura 1**, onde a é o raio do condutor interno, b é o raio do condutor externo e ϵ_c é o dielétrico de baixa perda que preenche a linha de transmissão da sonda. O terminal aberto, no plano $z = 0$, é formado por um flange metálico plano que teoricamente se estende para o infinito na direção transversal.

O material a ser medido é assumido como homogêneo, isotrópico, linear e não magnético, de permissividade complexa relativa ϵ_r , o qual deve preencher completamente o semi-espaço $z > 0$.

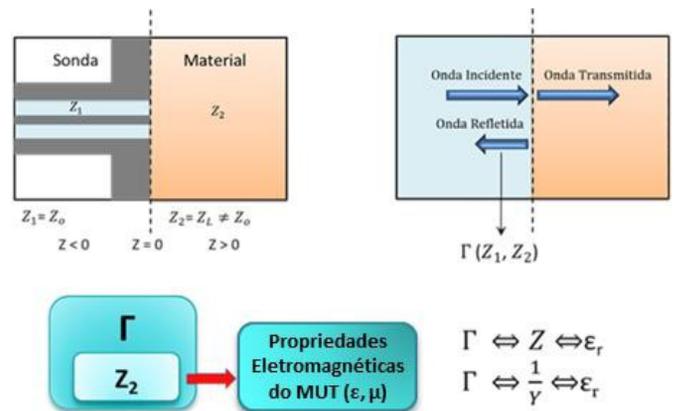
As dimensões da ponta de teste coaxial e sua frequência superior de operação são selecionadas para permitir a propagação somente do modo TEM dominante, o qual deve ser usado para excitar a ponta e fazer as medições. A descontinuidade que aparece na abertura em $z = 0$ produz uma reflexão da onda TEM, que se propaga de volta para a linha coaxial. Tal descontinuidade também provoca o aparecimento de modos de ordem superiores na sonda, evanescentes, que, portanto, decaem rapidamente na direção da fonte do sinal. No material, campos eletromagnéticos são irradiados devido ao modo TEM e a modos superiores (TM_{0n}) a partir do plano de abertura [1]. Somente alguns modelos de admitância consideram os modos de ordem superiores no material. Um passo importante na caracterização completa de uma sonda é a obtenção de um modelo que represente seu comportamento real.

Fig. 1 – Seção transversal de uma ponta de teste coaxial com a indicação de seus parâmetros dimensionais.



O método da sonda coaxial é, efetivamente, um “método reflexivo”, no qual as medidas são obtidas a partir da reflexão de um sinal eletromagnético incidente sobre o material [1].

Fig. 2 – Síntese do método reflexivo de medição.



A essência do método é representada na **figura 2**. A terminação aberta da sonda é imersa no meio em investigação ou é colocada em contato com ele. O coeficiente de reflexão complexo desta terminação é univocamente relacionado à frequência do sinal de teste, aos parâmetros da sonda e à permissividade complexa ϵ_r do material em teste. Para determinar ϵ_r precisamente, é necessário resolver dois problemas:

a) O problema direto, onde se determina a admitância da sonda em função da permissividade.

$$Y = f(\epsilon_r) \tag{1}$$

b) O problema inverso, onde se determina a permissividade em função da admitância medida.

$$\epsilon_r = f^{-1}(Y) \tag{2}$$

Nas duas situações, os cálculos são referenciados ao plano de abertura da sonda ($z = 0$, na **figura 3**).

Os dois problemas devem ser resolvidos. A solução do problema direto fornece a admitância complexa real (Y_{real}) do material ou, equivalentemente, o coeficiente de reflexão real do material (Γ_{real}), conforme (3). Este valor é necessário nos

procedimentos de calibração com o modelo de uma porta de analisadores de redes

$$Y_{\text{real}} = \frac{1 - \Gamma_{\text{real}}}{(1 + \Gamma_{\text{real}})} * Y_0 \quad (3)$$

A solução do problema inverso, por outro lado, fornece a permissividade complexa (ϵ_r), a qual é, de fato, o parâmetro que se deseja extrair do material.

Com relação ao objeto do presente trabalho, uma extensa e variada gama de modelos de admitância pode ser encontrada na literatura. Modelos baseados na aproximação da sonda para um circuito equivalente concentrado permitem rápida determinação da permissividade complexa [2]-[5]. Nos modelos baseados na solução da onda completa, rigorosas análises eletromagnéticas são realizadas nos semi- espaços $z < 0$, $z = 0$ e $z > 0$, as quais envolvem técnicas variacionais e normalmente são computacionalmente pesadas [11]-[15].

Há modelos baseados na simplificação do modelo de onda completa que consideram somente o modo dominante TEM ou que inicialmente usam apenas o modo TEM e em seguida contabilizam os modos de ordem superior gerados na abertura da sonda, a partir do ajuste do modelo teórico a dados experimentais [9], [18].

Por fim, destacam-se dois outros modelos, um com o cálculo da onda completa a partir do método dos momentos e o ajuste do resultado numa função racional para obter a equação da admitância [16], e outro baseado numa aproximação da relação entre coeficiente de reflexão e permissividade para implementar um função bilinear que relaciona o coeficiente de reflexão e a permissividade, segundo Anderson J. M. [16]. A solução do problema inverso, por outro lado, fornece a permissividade complexa (ϵ_r) do material, a qual é, de fato, o parâmetro que se deseja extrair do material. Dependendo do modelo de admitância para a ponta de teste, técnicas específicas de extração de permissividade devem ser utilizadas.

Este trabalho está dividido em cinco seções, inclu-

do a atual, introdutória. A **seção 2** apresenta os principais modelos de admitância para a sonda coaxial. A **seção 3** apresenta sinteticamente as principais técnicas de extração de permissividade, segundo os autores. A **seção 4** apresenta uma comparação entre os modelos, aprofundando a análise das principais características de cada um. A **seção 5** apresenta as conclusões do trabalho

2. Modelos De Admitância Para Sonda Coaxial

Um passo importante na caracterização da sonda é obter um modelo direto que se aproxime ao máximo do seu comportamento real.

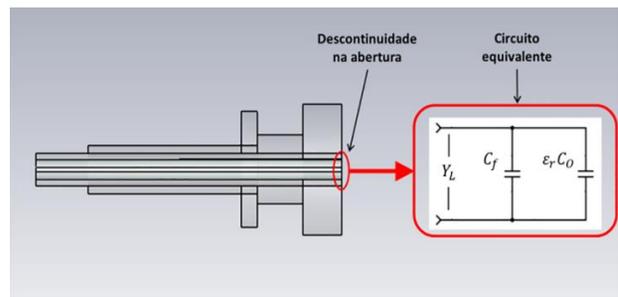
Os modelos propostos na literatura variam desde um simples circuito equivalente concentrado até aqueles baseados na solução numérica das equações de Maxwell e em técnicas de inteligência artificial.

O presente trabalho fornece uma visão geral dos principais modelos existentes.

2.1 Modelo capacitivo

No modelo capacitivo a descontinuidade na terminação da sonda coaxial é aproximada por um circuito equivalente concentrado, segundo T. W. Athey [2]. Mais precisamente, a interface entre a sonda coaxial e a amostra é modelada por dois capacitores em paralelo, como na **figura 3**, cujas capacitâncias são consideradas oriundas dos campos de borda do dielétrico interno da sonda (C_f) e dos campos de borda da amostra (C_o).

Fig. 3 – Descontinuidade na abertura modelada por duas capacitâncias em paralelo.



A descontinuidade na abertura do sensor é então modelada como uma admitância que se relaciona às capacitâncias C_f e C_0 através de

$$Y_L = j\omega Z_0 C_f + j\omega Z_0 (\epsilon' - j\epsilon'') C_0 \quad (4)$$

onde ω é a frequência angular, Z_0 é a impedância do cabo coaxial (normalmente igual a 50Ω) e $(\epsilon' - j\epsilon'')$ $C_0 = \epsilon_r C_0 = C(\epsilon_r)$.

O coeficiente de reflexão de entrada no plano de descontinuidade é dado então por

$$\Gamma = |\Gamma| e^{j\phi} \quad \frac{1 - j\omega Z_0 (C(\epsilon_r) + C_f)}{1 + j\omega Z_0 (C(\epsilon_r) + C_f)} \quad (5)$$

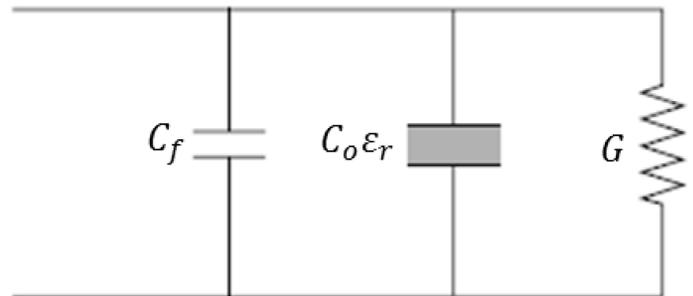
Para se obter as capacitâncias do modelo capacitivo é necessário ter duas medidas de coeficiente de reflexão em função da frequência, de dois materiais cuja permissividade ϵ_r seja bem conhecida. Estas medidas de $\Gamma(f)$ são feitas usualmente com o analisador de redes.

2.2 Modelos de radiação

2.2.1 Modelo de Stuchly et al.

Stuchly et al. [4][5] consideram a sonda coaxial como uma fonte irradiante. Seu modelo é um circuito equivalente de dois capacitores (C_f , $\epsilon_r C_0$), como no modelo capacitivo, e uma condutância (G), conectados em paralelo, como na **figura 4**. A capacitância C_f representa a concentração de campo elétrico dentro da parte da linha coaxial preenchida com o dielétrico interno (teflon). A capacitância $\epsilon_r C_0$ representa a concentração de campo elétrico de borda no dielétrico externo (do MUT). A condutância G é a condutância de radiação e se relaciona à potência irradiada a partir da terminação da sonda coaxial.

Fig. 4 – Circuito equivalente para o modelo da radiação[5].



Neste modelo, a admitância normalizada é dada por

$$\bar{Y} = \frac{Y}{Y_0} = j\omega C_f Z_0 + j\omega \epsilon_r C_0 + Z_0 G(\omega, \epsilon_r) \quad (6)$$

onde Y_0 é a admitância característica da linha ($Z_0 = 1/Y_0$). Para a condutância, em correspondência a uma antena infinitesimal, escreve-se [8].

$$G(\omega, \epsilon_r) = \epsilon_r^{5/2} G(\omega, \epsilon_r) \quad (7)$$

2.2.2 Modelo de Gadjia e Stuchly

Gadjia e Stuchly [6] apresentaram um modelo mais preciso, dado por

$$\frac{Y}{Y_0} = K_1 + K_2 \epsilon_r + K_3 \epsilon_r^2 + K_4 \epsilon_r^{5/2} \quad (8)$$

onde os fatores K_1 , K_2 , K_3 e K_4 são complexos, calculados no processo de calibração da sonda. A admitância complexa é referenciada ao plano de terminação da geometria coaxial.

2.2.3 Modelo de Staebell e Misra

Usando análise quase-estática, Staebell e Misra [7] favoreceram a aproximação

$$\frac{Y}{Y_0} = K_1 \epsilon_r + K_2 \epsilon_r^2 + K_3 \epsilon_r^{5/2} \quad (9)$$

Em baixas frequências, este modelo torna-se

$$\frac{Y}{Y_0} = K_1 \varepsilon_r + K_2 \varepsilon_r^2 \quad (10)$$

Como no modelo anterior, a determinação dos parâmetros K_i é alcançada com calibração, sendo a permissividade calculada a partir de

$$\varepsilon = A - \frac{G_0}{\omega C_0} \quad b \quad (11)$$

$$\varepsilon = B - \frac{G_0}{\omega C_0} \quad g \quad (12)$$

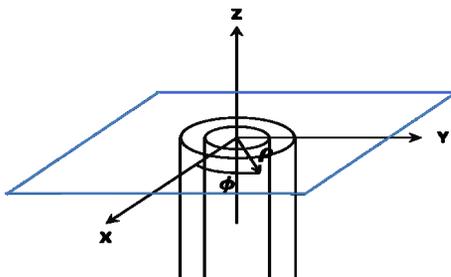
Onde A e B são respectivamente as partes real e imaginária da permissividade, calculadas desconsiderando a condutância de radiação, e b e g são variáveis dependentes da tangente de perda e da parte real da permissividade [4][5].

2.3 Modelo quase-estático

Marcuviz [4] apresenta uma formulação aproximada para uma linha coaxial semi-infinita terminada em um plano metálico infinito, irradiando para o espaço livre (no modo fundamental da linha). Em seu modelo, a admitância da sonda é expressa como uma integral sobre sua abertura, dada por

$$Y_L = j \frac{k^2}{\pi k_c \ln(b/a)} \int_a^b \int_a^b \int_0^\pi \cos \phi' \frac{\exp(-jkr)}{r} d\phi' d\rho' d\rho \quad (13)$$

Fig. 5 – Geometria do plano de abertura da sonda [9].



Misra [9] verificou que se a abertura coaxial é eletricamente muito pequena, **equação 13** pode ser aproximada pelos dois primeiros termos de sua expansão em série de potência. Esta forma corresponde a uma aproximação quase-estática para a equação de Marcuvitz, sendo dada por

$$\bar{Y}_L = \frac{Y}{Y_0} = j \frac{k^2}{\pi k_c \ln(b/a)} \int_a^b \int_a^b \int_0^\pi \left\{ \frac{\cos \phi'}{r} - jk \cos \phi' - \frac{k^2 r}{2} \cos \phi' + j \frac{k^3 r^2}{6} \cos \phi' \right\} d\phi' d\rho' d\rho \quad (14)$$

Onde;

$$Y_0 = \frac{2\pi}{\sqrt{\frac{\mu_0}{\varepsilon_0 \varepsilon_c}} \ln(b/a)} \quad (15)$$

Usando a relação para a impedância característica da linha coaxial dada pela **equação 15**, a equação para a admitância na abertura da sonda pode ser escrita como

$$Y_L = j \frac{2\omega \varepsilon_r}{[\ln(b/a)]^2} \left[I_1 - \frac{k^2 I_3}{2} \right] + \frac{k^3 \pi \omega \varepsilon_r}{12} \left[\frac{b^2 - a^2}{\ln(b/a)} \right]^2 \quad (16)$$

Onde;

$$I_1 = \int_a^b \int_a^b \int_0^\pi \frac{\cos \phi'}{[\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos \phi']^{1/2}} d\phi' d\rho' d\rho \quad (17)$$

$$I_3 = \int_a^b \int_a^b \int_0^\pi \cos \phi' [\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho' \cos \phi']^{1/2} d\phi' d\rho' d\rho \quad (18)$$

Modelos do tipo quase-estático representam uma aproximação que não contabiliza a excitação de modos de ordem superiores na abertura [12].

2.4 Modelo de Marcuvitz expandido

No denominado modelo de Marcuvitz expandido, Misra [10] utilizou a equação de admitância original de Marcuvitz e a transformou numa expansão em série de potência truncada em 7 termos.

Os resultados alcançados mostraram que o modelo obtido é mais preciso do que o modelo quase-estático.

$$Y = G + jB \tag{19}$$

$$G = \frac{Y_{0\sqrt{\epsilon_r}}}{\ln(b/a)\sqrt{\epsilon_c}} \int_0^{\pi/2} \frac{1}{\sin\theta} [J_0(k_0\sqrt{\epsilon_r}b \sin\theta) - J_0(k_0\sqrt{\epsilon_r}a \sin\theta)]^2 d\theta \tag{20}$$

$$B = \frac{Y_{0\sqrt{\epsilon_r}}}{\ln(b/a)\sqrt{\epsilon_c}}$$

$$\int_0^\pi \left[2\text{sen}\left(k_0\sqrt{\epsilon_r}(a^2 + b^2 - 2ab\cos\theta)\right) - \text{sen}(2k_0\sqrt{\epsilon_r}a \sin(\theta/2)) - \text{sen}(2k_0\sqrt{\epsilon_r}b \sin(\theta/2)) \right] d\theta \tag{21}$$

As principais equações da expansão são:

$$B(f) = B^1(f) + B^2(f) + B^3(f) + B^4(f) + B^5(f) + B^6(f) + B^7(f) \tag{22}$$

$$G(f) = \frac{\sqrt{\frac{\epsilon_r(f)}{\epsilon_c}}}{\ln\left[\frac{a}{b}\right]Z_0} (G1(f) + G2(f) + G3(f) + G0(f) + G4(f) + G5(f)) \tag{23}$$

$$K1(f) = \frac{1}{Z_0\pi\ln\left[\frac{a}{b}\right]} \sqrt{\frac{\epsilon_r(f)}{\epsilon_c}} \tag{24}$$

$$k(f) = \frac{2\pi f}{c} \sqrt{\epsilon_r(f)} \tag{25}$$

Onde $k(f)$ e $K^1(f)$ são funções complexas da permissividade do material. $k(f)$ é a constante de propagação no espaço livre e $K^1(f)$ a constante de propagação no dielétrico interno da sonda coaxial.

$B(f)$ e $G(f)$ são a susceptância e a condutância do material, ou seja, as **equação 20 e 21** expandidas para uma série de 7 e 5 termos, respectivamente. As demais equações da expansão estão detalhadas no modelo de Misra [10].

2.5 Modelos de onda completa

No modelo de onda completa os campos elétrico e magnético são avaliados nas regiões $\mathbf{z} < \mathbf{0}$, $\mathbf{z} = \mathbf{0}$ e $\mathbf{z} > \mathbf{0}$. Neste modelo é realizada uma rigorosa avaliação eletromagnética do problema (a irradiação da linha coaxial de terminação aberta, mesmo para o espaço livre, não tem solução analítica precisa). Existem diferentes variações para o modelo de onda completa [11][15]. A maioria das soluções envolve técnicas variacionais, que são computacionalmente custosas quando se busca a solução para o problema inverso.

2.5.1 Modelo de Levine e Papas

Levine e Papas [11] modelaram um guia coaxial com terminação aberta para o espaço livre com um circuito equivalente. O modo fundamental de propagação na região coaxial foi investigado teoricamente. Os autores derivam expressões variacionais para os parâmetros do circuito e usaram a **equação 26** para obter uma precisa avaliação numérica da linha coaxial. (26)

$$\frac{Y(0)}{Y_0} = \frac{G(0)}{Y_0} - i \frac{B(0)}{Y_0} = \frac{-ik}{\ln(b/a)} \int_0^\infty \frac{d_\zeta}{\zeta(\zeta^2 - k^2)^2} X[J_0(\zeta a) - J_0(\zeta b)]^2$$

A **equação (26)** preserva os parâmetros originais de H Levine e C. H. Papas [11], que devem ser consultados para maiores detalhes.

2.5.2 Modelo de Mosig et al.

Conforme a referência [12], considerando-se as condições gerais apresentadas na **equação 5** para a sonda coaxial, 0 para um sinal harmônico, os campos transversais na linha coaxial ($z < 0$) são expressos por

$$E_\rho(\rho, z) = \mathbf{U}_0 \left[f_0(\rho) e^{-\gamma_0 z} + \sum_{n=0}^\infty R_n f_n(\rho) e^{\gamma_n z} \right] \quad (27)$$

$$H_\varphi(\rho, z) = j\omega \varepsilon_0 \varepsilon_c \mathbf{U}_0 \left[\frac{f_0(\rho)}{\gamma_0} e^{-\gamma_0 z} - \sum_{n=0}^\infty R_n \frac{f_n(\rho)}{\gamma_n} e^{\gamma_n z} \right] \quad (28)$$

onde os termos têm a notação do artigo original [12].

O coeficiente $n = 0$ corresponde à onda TEM e $n > 0$ corresponde aos modos de ordem superior. Para o modo TEM, tem-se

$$f_0(\rho) = N^0 / \rho \quad (29)$$

Para os modos TM_{0n} , $n > 0$, tem-se

$$f_n(\rho) = Nn [J^1(\rho n \rho) Y^0(\rho n a) - Y^1(\rho n \rho) J^0(\rho n a)] \quad (30)$$

onde $J_m(x)$ é a função de Bessel de primeira espécie e $Y_m(x)$ é a função de Bessel de segunda espécie de ordem m . Detalhes sobre fator de generalização e autovalores ρn podem ser encontrados em Mosig et al. [15]. A

dependência radial do campo elétrico transversal do modo n é representada pela função real $f_n(\rho)$.

O coeficiente complexo R_n é o fator de reflexão generalizado do modo TM_{0n} , definido pela razão das amplitudes de campo elétrico transversal refletido pelo campo incidente deste modo no plano $z = 0$. R_0 é o fator de reflexão generalizado do modo TEM.

Os fatores de reflexão R_n são incógnitas do problema e seus valores são determinados pelo procedimento:

1. Deve-se expressar o campo magnético no lado direito ($z > 0$) em termos de campo elétrico no plano de abertura;
2. Combinar as componentes de campo magnético sobre a fronteira no plano de abertura ($z = 0$);
3. Avaliar numericamente as expressões integrais obtidas para cada modo na estrutura;
4. Resolver a equação matricial obtida com a técnica de casamento de modos;
5. Determinar o número de termos requeridos para a precisão desejada;
6. Repetir o procedimento para diferentes valores de ε_r ; e
7. Desenhar um gráfico $R_0(\varepsilon_r)$.

Para abertura e distribuição de campo circularmente simétricas, na ausência de cargas livres, o campo na região $z > 0$ é dado por

$$H_\phi(\rho, z) = \frac{j\varepsilon_m(\omega/c_0)^2}{2\pi\omega\mu_0}$$

$$\int_a^b \int_0^{2\pi} E_\rho(\rho') \frac{\exp\left(-j\frac{\omega}{c_0}\sqrt{\varepsilon_m}r\right)}{r} \rho' \cos\psi \quad (31)$$

Com;

$$\psi = (\phi - \phi') \quad (32)$$

$$r = \sqrt{(\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho'\cos\psi + z^2)} \quad (33)$$

onde (ρ', ϕ') são as coordenadas transversais do ponto central dentro da abertura e r é a distância do

ponto ao observador. A continuidade $H_\phi(\rho, z = 0^-) = H_\phi(\rho, z = 0^+)$ resulta em um conjunto infinito de equações para R_n ($n = 0, 1, 2, \dots$)

$$\sum_{n=0}^{\infty} T_n(\rho) R_n = 1 \tag{34}$$

Onde;

$$T_n(\rho) = \frac{f_n(\rho)/\gamma_n + (\epsilon_r/\epsilon_c)I_n}{f_0(\rho)/\gamma_0 - (\epsilon_r/\epsilon_c)I_0} \tag{35}$$

$$T_n(\rho) = \frac{1}{2\pi} \int_a^b f_n(\rho)\rho' \int_0^{2\pi} \frac{\exp(-j\frac{\omega}{c_0}\sqrt{\epsilon_m}r)}{r} \cos\psi d\rho' d\psi \tag{36}$$

$$r = \sqrt{(\rho^2 + \rho'^2 - 2\rho\rho'\cos\psi)} \tag{37}$$

Na aproximação do problema, considera-se somente um número finito de modos. A admitância procurada é determinada por

$$\bar{Y} = \frac{1 - R_0}{1 + R_0} \tag{38}$$

A principal desvantagem deste modelo é a necessidade de cálculos intrincados, especialmente pelo uso de métodos iterativos para a solução do problema inverso para um número suficiente de modos.

2.5.3 Modelo de Langhe et al.

No modelo de Langhe et al. [13], assume-se um MUT de múltiplas camadas e os modos de ordem elevada são levados em consideração. Conforme os autores, inconsistên-

cias foram encontradas durante a medição de amostras de diferentes espessuras com o modelo de Levine e Papas [11]. O modelo derivado por Langhe et al. [13] utilizou a técnica de domínio espectral, obtendo assim uma equação de forma fechada para a admitância de uma linha coaxial de terminação aberta (com flange) irradiando para um material planar estratificado terminado por uma placa metálica. Esta nova equação pode ser considerada como uma correção para o modelo de Levine e Papas [11]. O modelo considera os efeitos do modo dominante e dos modos de ordem superiores. Com este modelo, medições de materiais de baixa constante dielétrica foram realizadas junto com uma análise da perturbação da influência das bolhas de ar (entre a sonda e a amostra). Sua equação de admitância é dada por

$$Y_0 = -j \frac{\omega\epsilon_1}{c\sqrt{\epsilon_c}} \frac{1}{\ln \frac{b}{a}} \int_0^\infty d\lambda M(\lambda) \left[\frac{1}{\Gamma_1\lambda} (J_0(\lambda b) - J_0(\lambda a))^2 \right] - j \frac{\omega\epsilon_1}{c\sqrt{\epsilon_c}} \sum_{q=1}^\infty \frac{A_q}{A_0 [1 + K]} \int_0^\infty d\lambda \cdot \frac{\zeta_q \lambda^2}{\zeta_q^2 - \lambda^2} \frac{M(\lambda)}{\Gamma_1\lambda} (J_0(\lambda b) - J_0(\lambda a)) \cdot (bJ_0(\lambda b)R_1(\zeta_q b) - aJ_0(\lambda a)R_1(\zeta_q a)) \tag{39}$$

onde os termos têm a notação e os significados do artigo original segundo P. De Langhe [13].

2.5.4 Versão de Pournapopoulos e Misra

Na formulação do modelo quase estático, considera-se que somente os campos no modo TEM estão presentes sobre a abertura coaxial. Porém conforme Pournapopoulos e Misra [15], estes campos podem ser determinados precisamente resolvendo a equação para a componente radial do campo elétrico $E\rho(\rho', 0)$ sobre a abertura:

$$\frac{1}{\rho} + j\pi\omega\epsilon_r\epsilon_0 \int_a^b E_\rho(\rho', 0) K_c(\rho, \rho') \rho' d\rho' = j\omega\epsilon_r\epsilon_0 (1 - j \tan \delta) \int_a^b E_\rho(\rho', 0) \rho' d\rho' \int_0^\pi \cos(\phi) \frac{\exp(-jkr)}{r} d\phi' \quad (40)$$

$$E_z(\rho, z) = \frac{1}{\pi} \int_a^b E_\rho(\rho', 0) \rho' \int_0^\pi \cos(\phi') \frac{\exp(-jkR')}{R'} x \left[\frac{1}{\rho} - \left(jk + \frac{1}{R'} \right) \frac{\rho - \rho' \cos(\phi')}{R'} \right] d\phi' d\rho' \quad (41)$$

$$Y_L = \frac{2}{\int_a^b E_\rho(\rho', 0) d\rho'} - \frac{2\pi}{\left[\sqrt{\frac{\mu_0}{\epsilon_0\epsilon_l}} \ln\left(\frac{b}{a}\right) \right]} \quad (42)$$

A equação 42 é resolvida numericamente (método dos momentos) para o campo de abertura $E_\rho(\rho', 0)$ de uma linha coaxial abrindo em um meio material [15].

A partir de diversos testes e análises, Misra [15] concluiu que as componentes radial e axial de campo decaem muito rapidamente com o aumento da distância horizontal em relação ao condutor central (campos radiais E_ρ) e conforme aumenta a distância em relação ao plano de abertura $z = 0$ (campos axiais E_z). Assim, a equação variacional para a admitância de abertura (proposta por Marcuvitz [9]) pode ser uma boa aproximação, ainda que a presença de modos de ordem elevada seja ignorada.

2.6 Modelo da função racional

O Modelo da Função Racional (RFM) [16] é preciso e possui grande faixa de frequência de operação.

É uma aproximação da solução do Método dos Momentos da onda completa.

O modelo RFM, comparado com modelos anteriores, oferece melhor precisão e permite que as incertezas nas medições dielétricas sejam quantificadas. A equação da admitância de abertura normalizada para a sonda coaxial, em um cabo coaxial de 50Ω , cuja linha é preenchida com Teflon, é dada por

$$Y = \frac{\sum_{n=1}^4 \sum_{p=1}^8 \hat{\alpha}_{np} (\sqrt{\epsilon_r})^p (sa)^n}{1 + \sum_{m=1}^4 \sum_{q=1}^8 \hat{\beta}_{mq} (\sqrt{\epsilon_r})^q (sa)^n} \quad (43)$$

onde Y é a admitância de abertura, ϵ_r é a permissividade do meio, s é a frequência complexa, a é raio do condutor interno e $\hat{\alpha}_{np}$ e $\hat{\beta}_{mq}$ são coeficientes do modelo [16].

A admitância Y , assim como nos demais modelos, refere-se aquela normalizada em relação à linha coaxial de 50Ω .

O modelo é válido para permissividades nos intervalos $1 \leq \epsilon' \leq 80, 0 \leq \epsilon'' \leq 80$, sobre uma faixa de frequências normalizadas ($k_0 a$) de 0,01 a 0,19 (1 a 20 GHz). Seus coeficientes e equações para obtê-los são apresentados em por Anderson J. M [16].

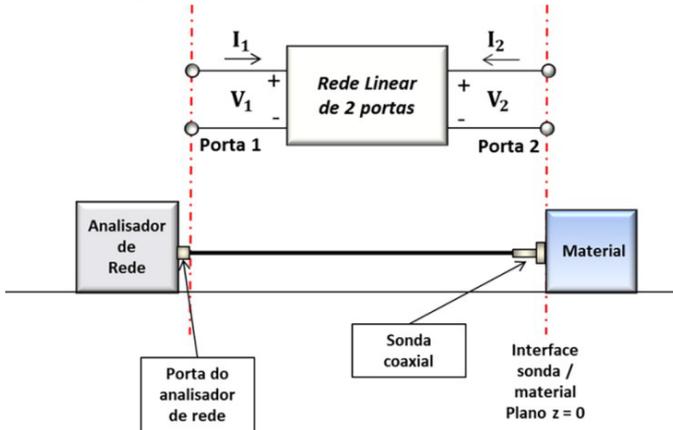
2.7 Modelo da transformação bilinear

No modelo capacitivo, a permissividade complexa é extraída do coeficiente de reflexão sem considerar os efeitos da radiação.

Bao et al. [17] demonstraram que a permissividade complexa de um material sob investigação pode ser determinada a partir do coeficiente de reflexão (“GAMMA bruto”). A partir da equação 44 é possível determinar a permissividade complexa. No entanto, Γ_{bruto} não é o coeficiente de reflexão real (“GAMMA real”), medido a partir do analisador de redes. Logo, além da informação da interface sonda coaxial / material, diversos efeitos de erro da linha coaxial, conectores e encapsulamento estão incluídos no valor de Γ_{bruto} . Estes são erros sistemáticos e, para eliminá-los, os autores utilizaram um procedimento de calibração específico (diferente do padrão) que se baseia na assunção de que a relação entre o coeficiente

de reflexão e a permissividade é bilinear. Esta relação pode ser representada matematicamente por uma rede linear de duas portas como na **figura 6**.

Fig. 6 – Relação entre Γ medido e ϵ a partir de uma rede linear de 2 portas.



A partir de tal assunção, do uso de três padrões de medição e de algumas manipulações matemáticas da matriz de espalhamento, os autores chegaram à equação

$$\epsilon_r = \frac{A_1 \Gamma_{bruto} - A_2}{A_3 - \Gamma_{bruto}} \quad (44)$$

onde A_1 , A_2 e A_3 são três constantes complexas dependentes da frequência e relacionadas aos elementos da matriz de espalhamento, à impedância característica Z_0 e aos elementos de circuito concentrado (C_0 e C_f).

$$A_1 = \frac{1 - S_{22}}{j\omega Z_0 C_0 (1 + S_{22})} + \frac{C_f}{C_0} \quad (45)$$

$$A_2 = \frac{S_{11} - S_{11}S_{22} + S_{12}S_{21}}{j\omega Z_0 C_0 (1 + S_{22})} + \frac{C_f (S_{11} + S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21})}{C_0 (1 + S_{22})} \quad (46)$$

$$A_3 = \frac{S_{11} + S_{11}S_{22} - S_{12}S_{21}}{1 + S_{22}} \quad (47)$$

2.8 Modelo de Blackham e Pollard

No modelo quase-estático de Misra [9], obtém-se a equação estacionária equacionando as expressões de campo magnético tangencial em $z = 0$. Em [12], Misra usou a suposição simplificadora $E_r(r, 0) = E_0/r$ para obter a equação estacionária para a admitância de abertura normalizada, que é representada por

$$\bar{Y}_L = j \frac{k^2}{\pi k_c \ln(b/a)} \int_a^b \int_a^b \int_0^\pi \cos \phi' \frac{\exp(-jkR)}{r} d\phi' d\rho' d\rho \quad (48)$$

Blackham e Pollard [18] transformaram a **equação 48** em uma expansão em série de Taylor (truncada em 28 termos). Isto rendeu uma equação onde as integrais são independentes das características do meio. Uma vez que as integrais são calculadas para uma determinada geometria da sonda, a equação polinomial resultante permitiu rápida computação da admitância de abertura normalizada:

$$Y_L = \frac{jk_m^2}{\pi k_c \ln(b/a)} \left\{ j \left[I_1 - \frac{k_m^2}{2} I_3 + \frac{k_m^4}{24} I_5 - \frac{k_m^6}{720} I_7 + \dots \right] + \left[I_2 k - \frac{k_m^3}{6} I_4 + \frac{k_m^5}{120} I_6 - \dots \right] \right\} \quad (49)$$

Onde;

$$I_n = \int_a^b \int_a^b \int_0^\pi R^{n-2} \cos \phi d\phi' d\rho' d\rho \quad (50)$$

Os autores verificaram, conforme esperado, que a admitância calculada usando (**equação 49**) desvia-se da admitância real porque os modos de ordem elevada do campo elétrico na abertura não são incluídos na derivação do modelo.

Desta forma os mesmos modificaram as constantes I_n utilizando valores baseados em medições até 20 GHz de diversos materiais com valores de permissividade entre a permissividade do ar e a da água. Ao invés de otimizar cada parâmetro individualmente, os parâmetros foram agrupados usando a equação

$$I_n = \int_a^b \int_a^b \int_0^\pi R^{n-2} \cos \phi \, d\phi' d\rho' d\rho \quad (51)$$

Desta forma, os parâmetros de otimização α , β e χ foram ajustados até que a admitância calculada através de **equação 49** fornecesse o melhor casamento com a admitância real.

A **tabela 1** apresenta a síntese dos modelos de admitância da ponta coaxial abordados neste trabalho.

Tab. 1 - Resumo dos modelos de admitância da sonda coaxial

Modelo	Características Principais
Capacitivo	A descontinuidade da abertura da sonda é modelada como dois capacitores em paralelo C_o e C_f [2]
Radiação	Uma condutância de radiação G é adicionada em paralelo ao circuito equivalente do modelo Capacitivo [4][5]
Onda completa	Equações para as regiões $z < 0$, $z = 0$ e $z > 0$ do sistema sonda/material são modeladas por meio de um método variacional. [15]
Quase-estático	Expansão em série para truncamento em 3 termos e aproximação quase-estática do modelo de Marcuvitz [11] para a abertura da sonda. [9]

Marcuvitz expandido	Expansão em série e truncamento em 7 termos para o modelo de Marcuvitz [8] para a abertura da sonda. [10]
Transformação bilinear	Utiliza o conceito de rede linear de duas portas (com parâmetros S) para modelar a relação linear entre permissividade e coeficiente de reflexão. [17]
Função Racional	Equações para as regiões $z < 0$, $z = 0$ e $z > 0$ do sistema sonda/material são obtidas pelo método dos momentos e a solução para tais equações é aproximada por uma função racional. [16]
Quase-estático aprimorado para modos de ordem superior	A solução de Misra [9] para a admitância de abertura é melhorada por meio de valores reais de admitância, de forma a contabilizar modos de ordem elevada gerados pela descontinuidade da abertura. [18]

3. Esquemas De Extração De Permissividade

No processo de extração da permissividade complexa a partir de um dado medido, quando a solução do problema inverso não tem equação explícita, utiliza-se alguma técnica recursiva de otimização. Dentre as mais comuns, pode-se citar: Nelder e Mead, Newton, Simplex, Algoritmo genético (AG) e Otimização por Enxame de Partículas (PSO).

Segundo Peres [19], ajudam na seleção do esquema de extração:

- a. Modularidade
- b. Interconectibilidade
- c. Robustez
- d. Velocidade
- e. Acurácia
- f. Custo computacional

Estes parâmetros estão relacionados às características de cada modelo. No presente trabalho são

apresentados três esquemas de extração baseados nos algoritmos Simplex Point Matching, Gradient Point Matching e Particle Swarm Optimization (PSO), os quais são detalhados em [19].

3.1 Esquema 1 - Simplex Point Matching

Um esquema adequado para extrair um valor de permissividade de uma equação de admitância é o algoritmo Simplex Point Matching [19]. Neste esquema é necessário criar uma tabela de permissividade cujos elementos são o domínio de dados de entrada para a pesquisa definida pela janela de análise (máxima e mínima permissividade consideradas) e pela resolução (distância entre elementos).

Através desta tabela de permissividade é criado o modelo de admitância. A partir da tabela de admitâncias, o elemento que aproxima o melhor valor medido. Uma vez mantida a associação entre elementos de admitância e elementos de permissividade, é possível recuperar a permissividade e a estimação terminada.

3.2 Esquema 2 - Gradient Point Matching

Neste método não se calcula uma tabela de permissividade como no método anterior. Define-se as mesmas janelas de análise e então toma-se decisões sobre como um movimento no plano de permissividade afeta o plano de admitância, de modo a ficar mais perto do valor medido. Desta forma, a estimação é utilizada.

Existe um estado inicial, onde ϵ_0 é o ponto inicial no domínio da permissividade para início da busca. O vetor de separação ΔY_0 é considerado como um indicador de proximidade (proximidade à admitância medida no domínio da admitância).

Uma vez que um deslocamento no plano de permissividade corresponde a um deslocamento desconhecido no plano da admitância, utiliza-se um vetor testador (buscador) para analisar todas as direções (geralmente 8 são consideradas), com passo normalizado (a magnitude do movimento é um valor fixo), que é a resposta no plano de admitância usada uma

como indicação do quão bom é o indicador de proximidade ΔY .

O ponto de partida para cada etapa de pesquisa é chamado de Ponto real denotado como ϵ_A e Y_A em cada plano, respectivamente. O ponto final de cada etapa de pesquisa é chamado de Ponto Futuro e é denotado como ϵ_F e Y_F em cada plano, respectivamente.

3.3 Esquema 3 - Particle Swarm Optimization (PSO)

É um método computacional meta-heurístico que otimiza um problema tentando iterativamente melhorar uma solução candidata com relação a um dado medida de qualidade.

A PSO otimiza um problema ao ter uma população de soluções candidatas (partículas) e ao mover essas partículas em torno do espaço de busca de acordo com fórmulas matemáticas simples sobre a posição e velocidade da partícula.

O movimento de cada partícula é influenciado por sua posição local mais conhecida e também é orientado para as posições mais conhecidas no espaço de busca. Estes por sua vez, são atualizados conforme melhores posições são encontradas por outras partículas. Espera-se que o enxame de partículas seja movido para as melhores soluções.

4. Comparação Entre Os Modelos

Na definição de um modelo de admitância, deve-se levar em consideração a aplicação de interesse. Cada modelo possui propriedades que se relacionam com os parâmetros do sistema de medição (velocidade, exatidão, frequência máxima, necessidade de calibração, uso de materiais de referência, etc.). O mesmo deve também ser compatível com as dimensões físicas da sonda utilizada. As propriedades mais importantes são descritas nos itens a seguir e relacionadas na **tabela 1**, que apresenta a comparação dos modelos tratados neste artigo.

4.1 Equação fechada para a solução inversa

Os modelos da sonda coaxial estabelecem um mapeamento bidirecional entre a admitância na abertura da sonda e a permissividade complexa do material em teste. As equações matemáticas de cada modelo variam de menor a maior complexidade. Existem modelos cuja variável de interesse (ϵ^*) pode ser isolada algebricamente e, portanto, possuem uma equação fechada para a solução inversa. Este é o caso dos modelos dos itens [2], [4], [17].

Para os demais modelos, as equações diretas não permitem que ϵ^* seja isolado, sendo necessária a utilização de técnicas numéricas para solução do problema inverso.

4.2 Custo Computacional

Os modelos que não levam em consideração os modos de ordem elevadas na abertura da sonda e cuja solução para o problema inverso é uma equação fechada, apresentam baixo custo computacional. É o caso dos modelos da capacidade, da radiação e da transformação bilinear. Os demais modelos apresentam maior complexidade matemática para a solução direta ou a solução inversa requer a utilização de alguma técnica de otimização.

Os critérios adotados para avaliar o custo computacional toma por base o equacionamento dos modelos da seguinte maneira:

1. Equações com polinômios de primeira e segunda ordem: baixo consumo computacional.
2. Equações com divisões, raízes, polinômios de ordem 3 ou maior: médio consumo computacional.
3. Equações integrais, derivadas, logaritmos: alto consumo computacional.

4.3 Limite de Frequência Superior

Na maior parte dos casos, os modelos que não contabilizam a presença dos modos de ordem superior na abertura não são aplicáveis em frequências elevadas. Conforme observado em [5], os modelos capacitivo e da radiação estão restritos respectivamente aos limites de 2 e 6 GHz.

Nos modelos quase-estático e de Marcuvitz expandido, os quais usam expansões em série das equações de Marcuvitz, o limite de frequência superior é proporcional ao número de termos utilizados. O modelo de Blackham & Polard, sendo uma forma da equação de Marcuvitz truncada em 28 termos, possui limite de frequência em 20 GHz.

No modelo da Transformação bilinear, que tem base no modelo Capacitivo, os efeitos da radiação são reduzidos a partir da calibração, que está na própria computação dos coeficientes da solução direta.

Numa versão aprimorada do modelo da transformação bilinear [22], embora os efeitos da radiação não estejam incluídos no circuito equivalente, foi mostrado analiticamente que os erros devido à radiação podem ser reduzidos com a implantação de um procedimento de calibração adicional, especialmente quando as propriedades dielétricas dos materiais em teste estiverem próximas dos padrões de calibração.

Os modelos de onda completa e o modelo da função racional, em princípio, não estão limitados em frequência, uma vez que os modos superiores são considerados na formulação. Os seus autores, contudo, efetuaram medições até a frequência de 20 GHz somente.

4.4 Uso de Materiais de Referência

Grande parte dos modelos de admitância da sonda coaxial utilizam materiais de referência para determinar os parâmetros da equação da solução direta. Dentre os analisados, estão os modelos capacitivos, da radiação, da função racional, da transformação bilinear, de Blackham & Pollard.

Materiais de referência típicos são a água, o

ar e álcoois cujas respostas de permissividade em frequência possam ser descritas pelos modelos de relaxação de Debye.

4.5 Necessidade de Calibração do Analisador de Redes

Nas medidas com a sonda coaxial utilizando analisadores de redes, o modelo de erro de uma porta do analisador é utilizado. Tal modelo descreve os erros sistemáticos inseridos nas medidas.

Na bancada, o coeficiente de reflexão bruto da sonda (não corrigido) é obtido do analisador de redes. No procedimento usual da maioria dos modelos, o analisador de redes é calibrado numa primeira etapa, para compensação dos erros sistemáticos nas medidas de coeficiente de reflexão, e a permissividade do MUT é calculada com o modelo da sonda. O modelo da transformação bilinear utiliza um procedimento de calibração particular, no qual sua relação bilinear é também utilizada para quantificar os erros sistemáticos a partir das medidas dos materiais de referência. Desta forma, neste modelo, o efeito dos erros sistemáticos ficam embutidos na própria solução do problema direto.

4.6 Restrição quanto ao diâmetro da sonda

Os modelos baseados em circuito equivalente concentrado (modelo capacitivo, da radiação, da transformação bilinear) e o modelo quase estático, são aplicáveis somente a sondas com diâmetro entre 3 e 6 mm.

O modelo de Blackham e Pollard [18] pode ser aplicado em qualquer situação, pois, segundo os autores, não depende da frequência e das características do meio, mas somente da geometria da sonda. Estendendo tal consideração para o modelo de Marcuvitz expandido, pode-se concluir que a expansão em até sete termos é válida somente para a sonda coaxial do respectivo estudo, que têm diâmetro em entre 3 – 6 mm.

Os modelos de onda completa e o da função racional não estão limitados em relação à geometria da sonda.

4.7 Exatidão do Modelo

A exatidão do modelo está relacionada ao quanto próximos os resultados obtidos a partir do modelo estão dos resultados reais do material. Para avaliação da exatidão neste trabalho, as curvas de permissividade (parte real e parte imaginária) obtidas por cada modelo foram comparadas com dados de permissividade disponíveis na literatura. Para tal, utilizou-se o erro relativo percentual dado por

$$E_{RP} = \left(\frac{\varepsilon_{estimado} - \varepsilon_{real}}{\varepsilon_{real}} \right) 100\% \quad (52)$$

onde $\varepsilon_{estimado}$ é a permissividade complexa (parte real ou parte imaginária) medida pelo usuário, ε_{real} é a permissividade complexa (parte real ou parte imaginária) real do material.

Para efeito de comparação, utilizou-se a seguinte escala:

- $E_{RP} < 5\%$: Exatidão alta
- $5\% < E_{RP} < 10\%$: Exatidão média
- $E_{RP} > 10\%$: Exatidão baixa

Os dados relativos à exatidão na **tabela 2** foram determinados a partir de uma análise gráfica aproximada dos resultados de cada modelo na frequência de 6 GHz exclusivamente, exceto para o modelo quase-estático, cuja análise foi feita em 3 GHz.

Tab. 2 - Comparação detalhada entre os modelos de admitância

MODELO	Equação fechada para solução inversa	Consumo Computacional	Limite de Frequência Superior	Uso de materias de Referência	Erros Sistemáticos embutidos no modelo	Restrição quanto ao diâmetro da sonda	Exatidão / E_{RP}
Modelo Capacitivo	✓	BAIXO	2 GHz	SIM	✗	RESTRITO	BAIXA / 12,15%
Modelo de Radiação (i)	✓	BAIXO	6 GHz	SIM	✗	RESTRITO	ALTA / 4,88%
Modelo de Radiação (ii)	✓	BAIXO	6 GHz	SIM	✗	RESTRITO	Sem informações
Modelo de Radiação (ii)	✓	BAIXO	2,5 GHz	SIM	✗	RESTRITO	ALTA / 0,97%
Modelo Quase-Estático	✓	MÉDIO	10 GHz	NÃO	✗	RESTRITO	BAIXA / 16,3%
Modelo de Marcuvitz Expandido	✗	MÉDIO	18 GHz	NÃO	✗	RESTRITO	MÉDIA / 6,25%
Modelos de Onda Completa (i)	✗	ALTO	Sem informações	NÃO	✗	ILIMITADO	Sem informações
Modelos de Onda Completa (ii)	✗	ALTO	10 GHz	NÃO	✗	ILIMITADO	ALTA / 0,5 %
Modelos de Onda Completa (iii)	✗	ALTO	20 GHz	NÃO	✗	ILIMITADO	BAIXA / 21,38 %
Modelos de Onda Completa (vi)	✗	ALTO	10 GHz - 20 GHz	NÃO	✗	ILIMITADO	ALTA / 3,92%
Modelos da Função Racional	✗	ALTO	20 GHz	SIM	✗	ILIMITADO	ALTA / 3,3%
Modelo da Transformação Bilinear	✓	BAIXO	26 GHz	SIM	✓	ILIMITADO	ALTA / 4,36%
Modelo de Blackham & Pollard	✗	ALTO	20 GHz	SIM	✗	ILIMITADO	ALTA / 2,05%

5. Conclusões

O presente artigo exhibe importantes conceitos sobre o uso de modelos de caracterização dielétrica de materiais com o método da ponta de teste coaxial. Foram abordados desde modelos que se baseiam em uma aproximação através de circuitos equivalentes, a modelos baseados em rigorosa análise eletromagnética do problema.

A partir da pesquisa realizada, gerou-se a **tabela 2**, que apresenta uma análise comparativa dos diversos modelos avaliados. Dependendo da aplicação desejada, uma rápida consulta à tabela pode fornecer indicações de quais métodos são adequados, ou quais não são, as medidas pretendidas.

Sugerem-se os modelos mais adequados em relação a importantes parâmetros de medição: considerando faixa de frequência - são os modelos de onda completa e o da função racional; considerando consumo computacional - os modelos de radiação e da transformação bilinear são bastante apropriados, considerando materiais de referência - os modelos da função racional e de Blackham & Pollard e da transformação bilinear são adequados. Finalmente considerando a exatidão,

os modelos da função racional e de Blackham & Pollard são notáveis, pois os modos de ordem elevados são considerados e compensados.

Ao leitor final, indico o modelo da transformação bilinear para uso comercial e o modelo da função racional para uso em pesquisa científica.

Este artigo fornece uma visão geral e orientações para aqueles que desejam desenvolver sistemas de medição de permissividade a partir da sonda coaxial.

Informações e detalhes sutis e relevantes espalhados em inúmeras referências sobre o assunto foram sintetizados neste artigo.

Agradecimentos

O presente trabalho foi realizado com apoio da Coordenação de Aperfeiçoamento de Pessoal de Nível Superior - Brasil (CAPES) - Código de Financiamento 001. Os autores também são gratos à equipe do Laboratório de Micro-ondas, que prestou todo o auxílio necessário à montagem de setups de medidas e na busca de soluções para problemas práticos e teóricos.

Referências

- [1] Chen, L.F. Ong, C.K. Neo, C.P. Varadan, V.V. and Varadan, V.K. (2004). "Microwave Electronics Measurement and Materials Characterization", John Wiley & Sons Ltd, England.
- [2] T. W. Athey, M. A. Stuchly, S. S. Stuchly. "Measurement of radio frequency permittivity of biological tissues with an open-ended coaxial line: part I" IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 30, no. 1, pp. 82-86, Janeiro, 1982.
- [3] T. W. Athey, M. A. Stuchly, G. G. Samaras, G. E. Taylor. "Measurement of radio frequency permittivity of biological tissues with an open-ended coaxial line: part II – Experimental results" IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 30, no. 1, pp. 87-92, Janeiro, 1982.
- [4] M. A. Stuchly, M. M. Brady, S. S. Stuchly, G. Gadj. "Equivalent circuit of an open-ended coaxial line in a lossy dielectric". IEEE Transactions Instrumentation and Measurement, vol. 31, no. 2, pp. 116-119, Junho, 1982.
- [5] Liao et al, "An Accurate Equivalent Circuit Method of Open Ended Coaxial Probe for Measuring the Permittivity of Materials" Selected Papers from the 2011 International Conference on Electric and Electronics (EEIC 2011) in Nanchang, vol. 3, pp. 779-784, Junho 2011.
- [6] G. B. Gajda, S. S. Stuchly. "An Equivalent Circuit of an Open-Ended Coaxial Line" IEEE Transactions on Micro-

wave Theory and Techniques, vol. 32, no. 4, pp. 506-508, Dezembro, 1983.

[7] N. K. F. Staebell, D. Misra. "An experimental technique for in vivo permittivity measurement of materials at microwave frequencies" IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 38, no. 3, pp. 337-339, Março, 1990.

[8] Marcuvitz, Ed. New York: McGraw-Hill, 1951, pp. 213-216.

[9] D. Misra. "A quasi-static analysis of open-ended coaxial lines" IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. MT=35, pp. 925- 928, Outubro, 1987.

[10] D. Misra, M. Chhabra, B.R. Epstein, M. Mirotznik, K. R. Foster. "Noninvasive electrical characterization of materials at microwave frequencies using an open-ended coaxial line: Test of an improved calibration technique". IEEE Transactions Instrumentation and Measurement, vol. 38, pp. 8-14, Janeiro, 1990.

[11] H Levine and C. H. Papas. "Theory of the circular diffraction antenna," J. Appl. Phys., vol. 22,- pp. 29-43: 1951.

[12] J. R. Mosig, J. C E. Besson, M. Gex-Fabry, F. E. Gardiol. "Reflection of an open-ended coaxial line and application to nondestructive measurement of materials" IEEE Transactions Instrumentation and Measurement, vol. IM-30, no. 1, pp. 46-51. Março, 1981.

[13] P. De Langhe, L. Martens e D. De Zutter, "Measurement of Low Permittivity Materials Based on a Spectral-Domain Analysis for the Open-ended Coaxial Probe" IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 42, no. 5, pp. 879-886, Outubro, 1993.

[14] C. L. Li and K. M. Chen, "Determination of electromagnetic properties of materials using flanged open-ended coaxial probe-Full wave analysis" IEEE Trans. Instrum. Meas., vol. 44, pp. 19-27, Fevereiro, 1995.

[15] D. Misra, "On the measurement of the complex permittivity of materials by an open-ended coaxial probe." IEEE Microwave Guided Wave Lett., vol. 5, pp. 161-163, Maio, 1995.

[16] Anderson J. M., C. L Sibbald, S. S. Stuchly, "Dielectric Measurements Using a Rational Function Model". IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 42, no. 2, pp. 199-204, Fevereiro, 1994.

[17] Z. J. Bao, C. C. Davis, L. M. Swicord, "Microwave Dielectric Measurements of Erythrocyte Suspensions" Biophysical Journal, vol. 66, pp. 2173-2180, Junho, 1994.

[18] D. V. Blackham, R. D. Pollard. "An improved technique for permittivity measurements using a coaxial probe" IEEE Transactions Instrumentation and Measurement, vol. 46, no. 5, pp. 1093-1099, Outubro, 1997.

[19] M. D. Perez. "General effective medium model for the complex permittivity extraction with an open-ended coaxial probe in presence of a multilayer material under test". 172p. Tese (Doutorado em Engenharia Elétrica) - Universidade de Bologna, 2012.

[20] Bilal Filali et al. "A Design and Calibration of a Large Open-Ended Coaxial Probe for the Measurement of the Dielectric Properties of Concrete" IEEE Transactions on Microwave Theory and Techniques, vol. 56, no. 10, pp. 2322-2328, Outubro, 2008.

[21] Bao J-Z., Swicord M. L., Davis C. C. "Microwave dielectric characterization of binary mixtures of water, methanol, and ethanol" J. Chem. Phys., vol. 104, no. 12, pp. 4441-4450, Março, 1996.

[22] Folgero K. e Tjomsland T. "Permittivity measurement of thin liquid layers using open-ended coaxial probes" Meas. Sci. Technol, vol. 7, pp. 1164-1173, Junho, 1996.